

Upotreba didaktičkih materijala u razrednoj nastavi matematike

Kišosondi, Jelena

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Education / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:141:069923>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-01**



Repository / Repozitorij:

[FOOZOS Repository - Repository of the Faculty of Education](#)



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Jelena Kišosondi

**UPOTREBA DIDAKTIČKIH MATERIJALA U RAZREDNOJ NASTAVI
MATEMATIKE**

DIPLOMSKI RAD

Osijek, 2020.

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni Učiteljski studij

Jelena Kišosondi

**UPOTREBA DIDAKTIČKIH MATERIJALA U RAZREDNOJ NASTAVI
MATEMATIKE**

DIPLOMSKI RAD

Predmet: Metodika matematike I

Mentor: izv. prof. dr. sc. Ružica Kolar-Šuper

Sumentor: dr. sc. Ana Katalenić, poslijedoktorandica

Studentica: Jelena Kišosondi

Matični broj: 0267032448

Modul: C

Osijek, rujan 2020.

Zahvala

Zahvaljujem mentorici izv. prof. dr. sc. Ružici Kolar Šuper na prihvaćanju mentorstva, pomoći i vodstvu u izradi diplomskog rada.

Zahvaljujem sumentorici dr. sc. Ani Katalenić na savjetima, uloženom trudu i strpljenju tijekom izrade rada. Zahvaljujem na svim pruženim prilikama tijekom studiranja.

Zahvaljujem svima koji su ispunili upitnik, kao i onima koji su mi pomogli u prikupljanju.

Hvala mojoj obitelji, prijateljima i kolegicama na pruženoj podršci, razumijevanju i ljubavi.

Ovaj rad posvećujem dvjema osobama.

Prva je moja Teta, koja više nije s nama, a ostavila je veliki trag u mojem djetinjstvu i školovanju.

Druga je najvažnija osoba u mojem životu, moja majka. Mama, hvala!

SAŽETAK

Didaktički su materijali u nastavi matematike modeli koji se koriste da zorno prikažu određene matematičke sadržaje. Potrebno ih je koristiti zbog kognitivno-razvojnog razdoblja u kojem se učenici razredne nastave nalaze. Razvoj apstraktnog mišljenja kod učenika počinje od manipulacije konkretnim objektima i učenjem putem osjetila. U ovom radu govorimo o značaju korištenja didaktičkih materijala u razrednoj nastavi matematike. Također, opisujemo različite gotove (kupljene) didaktičke materijale (poput abakusa, Cuisenaireovih štapića, Dienes blokova...), virtualne didaktičke materijale i dajemo primjere samostalno izrađenih didaktičkih materijala. Veliki značaj u korištenju didaktičkih materijala daje i Montessori pedagogija. Upitnik o korištenju didaktičkih materijala u razrednoj nastavi matematike poslan je učiteljima primarnog obrazovanja. Uzorak je činilo 80 učiteljica i učitelja iz različitih gradova Republike Hrvatske. Istraživanje je pokazalo da učitelji razredne nastave koriste gotove (kupljene), virtualne i samostalno izrađene didaktičke materijale u jednakoj mjeri. Veliki dio ispitanika smatra da škole trebaju biti bolje opremljene didaktičkim materijalima.

Ključne riječi: didaktički materijali, nastava matematike, razredna nastava, učitelji razredne nastave

THE USE OF DIDACTIC MATERIALS IN THE PRIMARY MATHEMATICS EDUCATION

ABSTRACT

Didactic materials in mathematics teaching are models that are used to visualize certain mathematical contents. They are used because of the cognitive-developmental stage of primary school students. The development of abstract thinking in students begins with the manipulation of concrete objects and learning through the senses. In this thesis, the importance of using didactic materials in mathematics classroom teaching is discussed. It also describes various prefabricated (purchased) didactic materials (such as the abacus, Cuisenaire rods, Dienes blocks...), virtual didactic materials, and gives examples of self-made didactic materials. Montessori pedagogy puts a substantial focus on the use of didactic materials. A questionnaire on the use of didactic materials in the teaching of mathematics was distributed to primary school teachers. The sample consists of 80 teachers from different cities of the Republic of Croatia. This research shows that primary school teachers use prefabricated (purchased), virtual, and self-made didactic materials to the same extent. Many participants believe that schools should be better equipped with didactic materials.

Keywords: didactic materials, mathematics teaching, primary education, primary school teachers

SADRŽAJ

UVOD	1
1. PIAGETOVA TEORIJA KOGNITIVNOG RAZVOJA	2
1.1. Stadij konkretnih operacija	2
2. NASTAVA MATEMATIKE	5
2.1 Načela nastave matematike	5
2.2 Razvoj apstraktnog mišljenja.....	6
3. DIDAKTIČKI MATERIJALI.....	10
3.1. Što su didaktički materijali?	10
3.2. Didaktički materijali u nastavi matematike	10
3.3. Prednosti i nedostaci korištenja didaktičkih materijala u nastavi matematike	11
3.4. Gotovi (kupljeni) didaktički materijali	12
3.4.1. Abakus	12
3.4.2. Cuisenaireovi štapići	13
3.4.3. Dienes blokovi	14
3.4.4. Stern blokovi	14
3.4.5 Unifix kocke.....	15
3.4.6. Matematička vaga	16
3.4.7.Tangram	16
3.5. Virtualni didaktički materijali	17
3.5.1. GeoGebra	18
3.5.2. Illuminations	18
3.5.3. National Library of Virtual Manipulatives	21
3.6. Matematika u Montessori pedagogiji	24
3.6.1. Brojevni prutovi	25
3.6.2 Kartice s brojevima	25

3.6.3 Ploče za zbrajanje i oduzimanje.....	26
3.6.4 Male ploče za množenje i dijeljenje.....	28
4. SAMOSTALNO IZRAĐENI DIDAKTIČKI MATERIJALI.....	29
4.1. The Science Nomad.....	29
4.2. Pisanje brojeva po brašnu.....	30
4.3. Nizanje brojeva do 10.....	31
4.4. Nizanje brojeva od 10 do 20 pomoću kutija za jaja.....	31
4.5. Nejednakost trokuta pomoću slamčica.....	32
4.6. Početno upoznavanje stupčastih dijagrama.....	33
5. METODOLOGIJA.....	34
5.1. Cilj i istraživačka pitanja.....	34
5.2. Uzorak, instrument i postupak prikupljanja.....	34
6. REZULTATI I RASPRAVA.....	35
ZAKLJUČAK.....	38
LITERATURA.....	39

UVOD

„U intelektu nema ničega što prije nije bilo u osjetilu.“ J. Locke

Prema Piagetovoj teoriji kognitivnog razvoja učenici razredne nastave nalaze se u stadiju konkretnih operacija koji obuhvaća dob od 7 do 11 godina. Postignuća u odnosu na prethodni stadij razvoja (predoperacijski stadij) su velika, no logičko je zaključivanje i dalje ograničeno na konkretne materijale. Predmet Matematika jedan je od zahtjevnijih predmeta s kojim se učenici razredne nastave susreću upravo zbog svoje apstraktnosti. Zbog toga se u nastavi matematike javlja potreba za korištenjem didaktičkih (konkretnih) materijala koji omogućuju učenje putem osjetila. Didaktički su materijali modeli koji mogu približiti apstraktne pojmove i kojima se lako može manipulirati. Oni omogućuju da se matematički problem prikaže na zoran način. Za učenike primarnog obrazovanja to je posebice važno kako bi dobili dobre temelje za daljnje obrazovanje. Korištenjem konkretnih materijala u nastavi učenici će istinski razumjeti matematičke koncepte, a ne samo naučiti procedure naizust. Didaktički se materijali često povezuju s igrom jer učenici manipuliranjem i istraživanjem dolaze do trajnih i primjenjivih znanja. No svrha didaktičkih materijala je da se koriste u prikazivanju i pojašnjavanju matematičkih konceptata tako da ih učenici naposljetku usvoje na apstraktnoj razini. Podijelili smo ih na gotove (kupljene), virtualne i samostalno izrađene didaktičke materijale.

U ovome radu opisat ćemo didaktičke materijale te objasniti značaj njihova korištenja u nastavi. Opisat ćemo na koji način djeca usvajaju apstraktne pojmove i koja je uloga konkretnih materijala u savladavanju istih. Navest ćemo najčešće korištene gotove (kupljene) i virtualne didaktičke materijale. Pretpostavlja se da je jedan od razloga nekorištenja istih skupoća te nedovoljna opremljenost škola. Kao rješenje, predlaže se samostalna izrada didaktičkih materijala pomoću predmeta iz svakodnevnog okruženja. Opisat ćemo nekoliko jednostavnih i samostalno pripremljenih didaktičkih materijala. Naposljetku, predstaviti ćemo istraživanje koje će nam dati uvid o učestalosti korištenja pojedinih didaktičkih materijala, kao i razloge koji bi motivirali na njihovo češće korištenje.

1. PIAGETOVA TEORIJA KOGNITIVNOG RAZVOJA

Kako bi se nastava matematike (i nastava općenito) mogla što kvalitetnije provoditi, važno je poznavati intelektualne vještine i sposobnosti učenika određene dobi. Mnoštvo je čimbenika koji utječu na odgojno-obrazovni proces, a među njima je i primjereni odabir aktivnosti i načina podučavanja zbog čega je neophodno primjenjivati znanstvene osnove o kognitivnom razvoju djece. Kognitivni se razvoj odnosi na primanje i obradu informacija, odnosno na spoznajne (mentalne) funkcije poput pamćenja, govora, apstraktnog mišljenja, percepcijskog procesiranja i slično. Upravo je to bila tema proučavanja švicarskog teoretičara Jean Piageta, početkom prošlog stoljeća. Smatrao je da djeca konstruiraju znanje kroz vlastite aktivnosti, stoga se njegova teorija naziva konstruktivističkom (Berk, 2015).

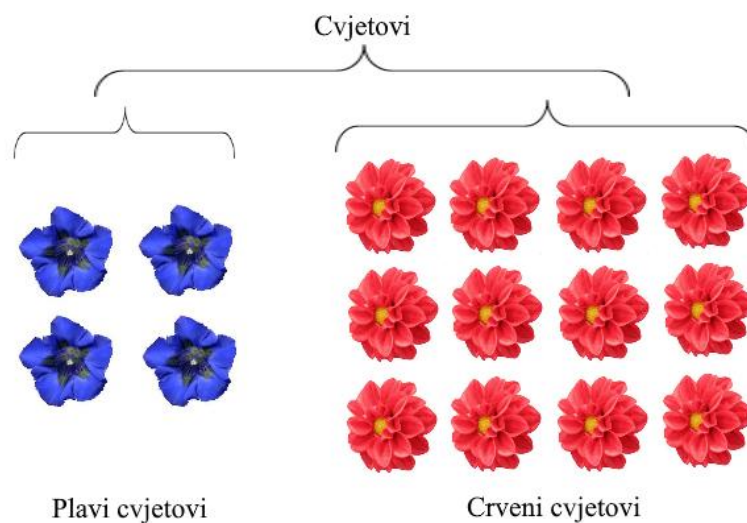
Na temelju svojih istraživanja podijelio je kognitivni razvoj djece na četiri razvojna stadija: senzomotorički stadij, predoperacijski stadij, stadij konkretnih operacija te stadij formalnih operacija. Senzomotorički stadij traje od rođenja pa do djetetove druge godine. U ovoj fazi razvoja djeca prvenstveno upoznaju svijet preko svojih osjetila – sluha, vida, dodira. Predoperacijski stadij obuhvaća period od 2. do 7. godine života u kojem se povećava sposobnost mentalnog predočavanja te razvoj govora i jezika. Od 7. do 11. godine traje stadij konkretnih operacija, najvažniji stadij za primarno obrazovanje. Posljednja je faza kognitivnog razvoja stadij formalnih operacija koji traje od 11 godine pa nadalje. U ovoj su fazi djeca, odnosno adolescenti, sposobni razumjeti i rješavati apstraktne probleme i izvoditi deduktivne zaključke. Unatoč tomu, Berk objašnjava kako ne postižu svi ljudi stadij formalnih operacija, barem ne u njegovoj punini. „Čak i mnogi visokoobrazovani pojedinci griješe u zadacima hipotetičko-deduktivnog rasuđivanja i teško im je rasuđivati s premisama koje nisu u skladu s činjenicama o stvarnom svijetu“ (Berk, 2015, str. 255).

Starost učenika razredne nastave je oko 7 do 11 godina. U prvom razredu učenici prelaze iz predoperacijskog stadija u stadij konkretnih operacija koji je za učitelje primarnog obrazovanja najvažniji jer obuhvaća prva četiri razreda osnovne škole. Razred je heterogena skupina u kojoj se učenici razlikuju prema svojim sposobnostima i brzini napredovanja, stoga je nužno da učitelj poznaje sva razvojna razdoblja učenika.

1.1. Stadij konkretnih operacija

U ovoj su fazi razvoja usvojena načela konzervacije i klasifikacije. „Konzervacija se odnosi na shvaćanje da određena fizička svojstva predmeta ostaju nepromijenjena, čak i kad im se promijeni vanjski izgled“ (Berk, 2015, str. 241). Primjerice, pred dijete stavimo dvije kuglice

plastelina istog oblika i jednake mase. Najprije upitamo jesu li kuglice iste mase. Zajednički možemo izvagati obje kuglice kako bi se dijete uvjerilo da su mase jednake. Zatim, oblik jedne kuglice promijenimo u duguljasti. Djeca predoperacijskog stadija neće razumjeti da su mase i dalje jednake unatoč promjeni njihova oblika. Duguljasto oblikovani komad plastelina je duži pa će izgledati veći i samim time veće mase. Djeca koja su dosegla stadij konkretnih operacija znat će da su im mase jednake. Moguća objašnjenja mogu biti da smo ih izvagali i tako pokazali da su im mase jednake ili se mogu dosjetiti i vratiti duguljasti oblik u prvobitni okrugli oblik i tako pokazati da su jednake. Drugim riječima, vidljiva je mogućnost razumijevanja reverzibilnosti. To je „sposobnost kretanja kroz korake problema i potom mentalno mijenjanje smjera i vraćanje na početnu točku“ (Berk, 2015, str. 242). Poboljšava se i sposobnost rješavanja zadataka hijerarhijske klasifikacije što je u predoperacijskom stadiju van dosega. Hijerarhijska je klasifikacija svrstavanje predmeta u klase i potklase na temelju istih ili različitih svojstava. Na Slici 1 prikazan je primjer Piagetovog zadatka inkluzije klasa. Na slici su 4 plava i 12 crvenih cvjetova. Na pitanje „Kojih cvjetova ima više, crvenih cvjetova ili cvjetova?“ djeca predoperacijskog stadija će odgovoriti da crvenih cvjetova ima više jer ne razumiju da i plavi i crveni cvjetovi ulaze u klasu *cvjetovi*.



Slika 1. Primjer zadatka inkluzije klasa

Isto tako, djeca u dobi od 7 do 11 godina sposobna su redati objekte prema njihovim svojstvima. Na primjer, dijete će moći poredati štapiće prema duljini ili kuglice prema veličini (Slika 2). Sposobna su tranzitivno zaključiti da ako je štap A dulji od štapa B, a štap B dulji od štapa C, onda je štap A dulji i od štapa C. Povećava se i razumijevanje prostornih odnosa te se

javlja mogućnost stvaranja kognitivnih mapa, za djeci poznate prostore poput škole ili ulice, koje djetetu omogućuju lakše snalaženje u prostoru i organizaciju informacija.



Slika 2. Nizanje objekata (štapova) po zadanom obilježju (duljina)

U odnosu na sljedeću fazu razvoja djeca nisu u potpunosti sposobna razumjeti i rješavati apstraktne probleme. U stadiju formalnih operacija javlja se sposobnost hipotetičkog-deduktivnog rasuđivanja. Drugim riječima, adolescenti prilikom rješavanja određenog problema postavljaju hipotezu, tj. pretpostavku te zatim deduktivno izvode zaključak. Djeca u stadiju konkretnih operacija mogu logički zaključivati samo dok rade s konkretnim materijalima, odnosno dok su fokusirana na ono „vidljivo“. S lakoćom će rješavati zadatke redanja predmeta prema nekom svojstvu, no teškoće će imati sa zadacima koji uključuju apstraktne ideje. Primjerice zadatak: *Ivana je starija od Marka, a mlađa od Eve. Tko je najstariji?* Zbog toga je na početku važno koristiti konkretne materijale u nastavi kako bi djeca kasnije mogla usvojiti određene apstraktne pojmove.

2. NASTAVA MATEMATIKE

Učenici u razrednoj nastavi stječu osnovna znanja važna za svakodnevne životne situacije te stvaraju temelj za učenje sadržaja matematike u višim razredima osnovne te srednje škole, a potom i mogućeg visokog obrazovanja. Markovac (2001) ističe da nastavu Matematike opisuju dva obilježja: *apstraktnost* i *hijerarhijsko-logički raspored*. Za razliku od sadržaja većine ostalih predmeta u razrednoj nastavi, učenici se u nastavi Matematike susreću s objektima koji nisu stvarni i opipljivi. Na primjer, kada učenici iz predmeta Likovne kulture uče primarne i sekundarne boje, oni ih mogu vidjeti. Kada iz predmeta Priroda i društvo uče o biljkama i životinjama, također ih posredno ili neposredno mogu vidjeti. Nasuprot tome, broj 5 se ne može vidjeti ni opipati. Možemo promatrati skupove od pet elemenata, ali ne i sam prirodni broj pet. Hijerarhija učenja matematičkih sadržaja naglašava načelo učenja jednostavnijih sadržaja prema složenijima. Gradivo se veže jedno uz drugo te je zbog tog važno usvojiti jednostavnije, temeljne sadržaje kako bi se mogli usvojiti složeniji sadržaji.

2.1 Načela nastave matematike

Pri planiranju nastavnog procesa i ostvarivanju ciljeva pomažu načela nastave matematike. Načela nastave matematike su ideje na kojima se temelje uvjeti dobre nastave matematike. Markovac (2001) predlaže sljedećih šest načela po kojima se treba voditi prilikom planiranja nastave matematike: načelo primjerenosti, načelo aktivnosti, načelo zornosti, načelo postupnosti, načelo individualizacije i načelo objektivne realnosti. Važno je napomenuti kako su sva načela jednako važna te o svima treba voditi računa prilikom planiranja i izvedbe nastavnog sata kako bi odgojno obrazovni rad bio optimalan. Opisat ćemo matematička načela koja govore o važnosti korištenja konkretnih materijala u nastavi.

NAČELO ZORNOSTI

Zbog prirode sadržaja matematike te razvojnih faza učenika, gradivo se treba poučavati koristeći učenikovu osjetilnu spoznaju i percepciju. Važno je u nastavi upotrebljavati konkretne didaktičke materijale, odnosno sredstva koja bi učenicima pomogla pri razumijevanju matematičkih sadržaja. Učenicima je lakše razumjeti sadržaj koji im je zorno predložen, nego usvajati sadržaj temeljen samo na učiteljevim riječima. Ono što učenici vide lakše će zapamtiti nego ono što samo čuju. Ipak, naglasak ne smije ostati samo na zornome jer svrha zornog prikazivanja je da se učenici usmjere na apstraktno te u konačnici usvoje određene matematičke pojmove.

NAČELO POSTUPNOSTI

Načelo postupnosti didaktičko je načelo koje naglašava da se sadržaji uče postepeno, odnosno od jednostavnijeg prema složenijem te od konkretnog prema apstraktnom. Primjerice, učenici prvo trebaju promatrati skupove kako bi razumjeli pojam broja, a tek nakon toga mogu učiti o računskim radnjama i njihovim svojstvima. Matematički sadržaji međusobno se isprepliću te učenje jednog ovisi o drugom. Učitelj treba biti svjestan koliko su učenici zaista usvojili određeno gradivo te po potrebi dodatno vježbati i razjasniti nedoumice. Nerazumijevanje prethodnog gradiva dovest će do poteškoća u usvajanju novog. Pri planiranju nastave Matematike, nužno je pridržavati se metodički zadanog hijerarhijskog poretka gradiva.

NAČELO OBJEKTIVNE REALNOSTI

Učenici nisu dovoljno kognitivno zreli kako bi razumjeli apstraktne pojmove bez dodira s konkretnim, stvarnim situacijama. Pri učenju pojma broja učenicima se prikazuju različiti skupovi s jednakim brojem elemenata (npr. 3 olovke, 3 jabuke, 3 knjige). Kada upoznavaju računsku radnju zbrajanja, prikazujemo im združivanje dvaju skupova te otkrivanje kardinalnog broja unije skupova (npr. 3 plave olovke i 4 crvene olovke). Oduzimanje će biti prikazano uzimanjem određenog broja elemenata iz skupa (npr. 7 olovaka manje 3 plave olovke). Objektivnu realnost prilikom usvajanja matematičkih sadržaja prikazujemo koristeći konkretni (didaktički) materijal, a često i kontekstualnim zadacima. Prvi korak k usvajanju pojmova uvijek treba biti iskustvo s konkretnim objektima jer se na taj način poboljšava razumijevanje formalnih zapisa matematičkih pojmova i apstrakcije koja je konačni cilj rada s konkretnim materijalima.

2.2 Razvoj apstraktnog mišljenja

Mnogi pojmovi koje se obrađuju na satovima matematike, kao što su primjerice brojevi i relacije među njima te skupovi točaka u ravnini, neopipljivi su i zbog toga se kod učenika često javlja problem u njihovom razumijevanju, kao i u razumijevanju određenih koncepata i procedura koji se vežu uz te pojmove. Upravo zbog toga važno je poznavati način na koji djeca uče i usvajaju apstraktne pojmove. Nekolicina autora objasnila je princip i predložila modele po kojima djeca razvijaju apstraktno mišljenje.

Djeca od najranijih mjeseci i godina počinju otkrivati svijet i zanimati se za objekte i bića oko sebe. Osjetilo vida i dodira pomažu im u istraživanju istih. Igrajući se, dijete dodiruje fizičke predmete i druga bića, promatra pojave u prirodi i ostale objekte iz svoje okoline. Bacajući, dirajući, valjajući, grizući predmet dijete se upoznaje s njegovim karakteristikama.

Potom slijedi govorna komponenta. Djetetu se imenuju predmeti s kojima ima iskustvo. Sama izgovorena riječ djetetu je apstraktna i nema nikakvo značenje ukoliko ju ne poveže s fizičkim. Čestim ponavljanjem riječi dijete ju usvaja te reagira na nju prepoznajući njezino značenje. Savladavajući riječi moći će zatražiti predmete koje želi. To je za dijete korisna radnja jer mu omogućuje komunikaciju. Predmete koje je upoznao kasnije će moći prepoznati i na slikama pridružujući im ista obilježja i svojstva. I na poslijetku, najviši oblik apstrahiranja je pisani znak, odnosno slova ili znamenke. Ova razina zahtjeva djetetovo savladavanje prethodno opisanih faza jer sama slova nemaju nikakve sličnosti s promatranim predmetom. Primjerice, slova kojima označujemo glasove u riječi „pas“ djetetu ne predstavljaju ništa ako nije imalo prethodno iskustvo.

Na sličnom principu djeca savladavaju i matematičke koncepte. Liebeck (1984) predlaže sustav IGSZ prema kojem učenici razvijaju apstraktno mišljenje. Objasnit ćemo IGSZ sustav učenja na primjeru broja 3.

I (iskustvo fizičkih predmeta) – Učenicima se prikazu različiti skupovi od 3 elementa čiji elementi su predmeti iz prirode, učionice i slično (Slika 3). Kroz razgovor se uoči zajedničko svojstvo skupova, a to je njihova brojnost.



Slika 3. Skupovi od 3 elementa

G (govorni jezik koji opisuje to iskustvo) – Učitelj ukazuje na to da svi skupovi imaju 3 elemenata i izgovara *tri bombona, tri olovke, tri oraha, tri gumba*.

S (slike koje prikazuju to iskustvo) – Učitelj pokazuje slike različitih skupova od 3 elementa, crta ih na ploči, a učenici u svoje bilježnice.

Z (pismeni znakovi koji generaliziraju to iskustvo) – Zapiše se broj „tri“ znamenkom 3.

U samoj nastavi matematike ponekad je teško slijediti te faze učenja. Komponenta koja najčešće izostaje je iskustvo fizičkog. Koristeći razna nastavna sredstva, djeci se prikazuju slike, fotografije ili snimke, odnosno indirektna stvarnost. Praksa je pokazala da se u nastavi najčešće kreće od udžbenika gdje su zastupljene samo posljednje dvije komponente – slike i znakovi. Korištenje didaktičkih materijala u nastavi omogućit će da fizička komponentna usvajanja matematičkih pojmova ne izostane. Govorna komponentna treba se poticati u svim etapama.

Kurnik (2001a) opisuje usvajanje matematičkih pojmova u tri stupnja. Prvi je stupanj – *zapažanje*, drugim riječima promatranje, u čijoj je osnovi osjetilna spoznaja, konkretnih objekata i njegovih svojstva. Drugi je stupanj – *predodžba o pojmu*, tj. uočavanje zajedničkih svojstava u skupu objekata. Te na posljetku, izdvajanje bitnog općeg svojstva (apstrakcija) – *formiranje i usvajanje pojma*. „Pojam je oblik mišljenja u kojem se odražavaju bitna svojstva objekata koji se proučavaju“ (Kurnik, 2001b, str. 9). Formiranje pojmova u nižim razredima opisuje kao *konkretno-induktivan* proces, dok je u višim razredima to *apstraktno-deduktivan* proces. Usvajanje pojma završava definicijom ili formulacijom. U razrednoj nastavi ne treba težiti tome da učenici znaju definicije napamet, već da znaju obilježja matematičkih pojmova.

Ovaj model ćemo objasniti na primjeru usvajanja pojma *trokut* u 4. razredu.

I. *Zapažanje.*

Učenici promatraju različite modele trokuta koji mogu biti načinjeni od papira, žice, grančica i slično. Učitelj pokazuje slike trokuta na računalu, crta trokute na ploči ili koristi različite digitalne alate kako bi prikazao trokut.

II. *Predodžba o pojmu.*

U razgovoru s učiteljem učenici opisuju svojstva trokuta. Primijete da svaki trokut ima 3 stranice, 3 vrha i 3 kuta. Također, primijete da se trokuti razlikuju prema duljini stranica i veličini kutova.

III. *Formiranje i usvajanje pojma.*

Učenici uoče svojstva koja su zajednička svim trokutima (3 stranice, 3 vrha i 3 kuta) te spoznaju trokut kao „*dio ravnine omeđen trima dužinama*“ (Miklec i sur., 2014, str. 60).

Jedan od najvažnijih matematičkih pojmova koji učenici primarnog obrazovanja trebaju usvojiti je pojam broja. Nakon toga se susreću s računskim radnjama zbrajanja, oduzimanja, množenja te dijeljenja prirodnih brojeva. Te su operacije misaone. Markovac (2001) predstavlja

formiranje misaonih operacija prema modelu P. J. Galjperine. Proces je podijelio u tri etape koje učenika vode od materijalnog ka misaonom.

I. *Materijalno izvođenje radnje.*

Koristeći konkretne materijale, učenicima se zorno predoči operacija koja treba biti misaona. Primjer je korištenje abakusa za učenje zbrajanja i oduzimanja. Uz pomoć kuglica učenicima se omogućiti vidna percepcija spomenutih računskih radnji.

II. *Govorno izvođenje radnje.*

Nakon manipulacije konkretnim objektima, slijedi predočavanje tih koraka kroz govor. Ova komponenta je važna jer učenici uče kako točno koristiti riječi u vezi s određenom operacijom te su bliže umnoj radnji. Govor svakako treba poticati i u prethodnoj etapi.

III. *Prenošenje radnje na misaono područje.*

U ovoj etapi učenici se oslobađaju materijalnog i verbalnog dijela. Zamišljaju korake koje su na početku izvodili s konkretnim materijalima. Govorna komponenta je prisutna sve dok radnja nije prenesena na misaono područje uz upotrebu odgovarajućih znakova.

Prijelaz iz jedne u drugu etapu za neke učenike može biti teži, posebice prijelaz na umne radnje. Često je upravo računanje na prste (tzv. *fingermath*) faza između materijalnog izvođenja i mentalnog izvođenja radnje kojom se učenici služe.

Svi ovi modeli razvoja apstraktnog mišljenja imaju za prvi korak doticaj s fizičkim, konkretnim materijalima. Učenici razredne nastave nalaze se u stadiju konkretnih operacija što znači da su sposobni logički misliti, ali uz korištenje konkretnih materijala i svojih osjetila. Govorna komponenta također je važna jer na taj način učenici uče pravilno koristiti izraze u vezi s određenim matematičkim pojmovima.

3. DIDAKTIČKI MATERIJALI

3.1. Što su didaktički materijali?

U radu s djecom pogodno je korištenje različitih materijala i predmeta koji djeluju stimulirajuće na što više razvojnih područja. Didaktički su materijali djeci privlačni zbog zanimljivog izgleda, oblika, boje te mogućnosti manipulacije njima. Nazivaju se još i didaktičke igračke, didaktičke igre, manipulativni materijali ili konkretni materijali. Didaktički su materijali osmišljeni kao potpora za učenje i usvajanje određenog sadržaja. Često se povezuju s igrom jer omogućuju djeci da kroz igru i zanimljive predmete uče i razvijaju se. Ipak, glavna im je zadaća da su edukativni. Za razliku od dječje igre, didaktičke igre organizira učitelj, imaju obrazovni cilj i svi učenici trebaju sudjelovati (Loparić, 2012). Odabir primjerenih didaktičkih materijala ovisi o starosti djeteta, odnosno razvojnom stupnju. Korištenje didaktičkih materijala u nastavi ovisi o predmetu i samoj prirodi gradiva koja se usvaja.

Ponekad se didaktički materijal poistovjećuje s nastavnim sredstvima i pomagalicama. Nastavna sredstva su izvori znanja (poput udžbenika, fotografije, filmova), a nastavna pomagala su predmeti (poput ploče, računala, geometrijskog pribora) pomoću kojih prikazujemo sadržaj učenja (Bežen, Jelavić, Kujundžić i Pletenac, 1993). Didaktički materijal je vrsta nastavnog sredstva, no svako nastavno sredstvo ne mora nužno biti i didaktički materijal. Glavna je uloga didaktičkog materijala da razvija motoričke i intelektualne sposobnosti te pomaže u savladavanju i razumijevanju određenog sadržaja. Didaktičkim materijalom ulazi se u „dubinu“ sadržaja, a naglasak je najviše na razumijevanju istog. Dakle, udžbenik je nastavno sredstvo, ali nije i didaktički materijal. Dok primjerice, trokut za crtanje može poslužiti i kao nastavno sredstvo, pomagalo ili didaktički materijal.

3.2. Didaktički materijali u nastavi matematike

Matematički didaktički materijali su modeli koji ilustriraju apstraktne matematičke sadržaje. Oni su most između konkretnog i apstraktnog jer učenicima pružaju višestruke mogućnosti za izgradnju matematičkog znanja, uspostavljajući logičke veze sa svakodnevnim zadacima tako što učenici zaista mogu vidjeti i dodirnuti „problem“ (Kelly, 2006).

Didaktički materijal mogu koristiti i učitelj i učenici. Učitelj koristi didaktički materijal za demonstraciju novog koncepta ili nove procedure. Učenici ga koriste kao pomoć pri rješavanju zadataka, istraživanju novih sadržaja ili kreiranju novih ideja. Sharma (2001) navodi da učitelj ne smije prerano prekinuti manipulaciju konkretnim modelima jer učenik neće adekvatno usvojiti koncept. Aktivnosti trebaju biti popraćene govorom radi jednostavnijeg

prijenosa radnje na umno područje, što je krajnji cilj rada s konkretnim materijalima. Istodobno, govorna komponenta je bitna kako bi učenici pravilno naučili koristiti matematičke izraze i pojmove. Bez govora i vodstva učitelja rad s didaktičkim materijalima pretvorit će se u besmisleni manipulaciju objektima. Trebalo bi često mijenjati didaktički materijal kako učenici ne bi mislili da je pojedini koncept vezan uz točno određeni materijal. Manipulacija didaktičkim materijalima treba biti popraćena intelektualnim radom učenika jer je učenik taj koji usvaja sadržaj vlastitom racionalnom spoznajom. Rad s konkretnim materijalima omogućuje da matematički problem prikažemo na realan, zoran način. Do rješenja problema učenici će doći tako da dodiruju, premještaju, istražuju materijal (Glasnović Gracin, 2012). Treba dopustiti da sami provjeravaju rješenja, da isprobavaju različite načine i da griješe. Kada se potom taj problem „stavi na papir“, lakše će se prisjetiti procedura rješavanja jer se matematičko znanje koje su dobili temelji na razumijevanju i promišljanju. Takav pristup rezultira znanjem koje je trajno i upotrebljivo.

3.3. Prednosti i nedostaci korištenja didaktičkih materijala u nastavi matematike

Marshall i Swan (2008) proveli su istraživanje o prednostima i nedostacima korištenja didaktičkih materijala. Najvažniji pozitivni aspekt je da olakšavaju učeniku razumijevanje apstraktnih sadržaja jer ih mogu vidjeti, opipati, istraživati putem konkretnih ili virtualnih materijala. Čine nastavu dinamičnom i „oživljavaju“ sadržaje iz udžbenika koji mogu biti teško shvatljivi. Povećavaju motivaciju, razvijaju pozitivan odnos prema matematici, povećavaju samopouzdanje učenika jer korištenjem didaktičkih materijala učenik može vidjeti produkt svojeg rada i dobiti osjećaj rješavanja stvarnog problema. Učitelj može vidjeti način na koji dijete razmišlja, nudi li inovativna rješenja, je li shvatio matematički koncept ili samo usvojio proceduru mehanički. Uza sve navedeno, razvijaju finu motoriku, omogućuju suradničko učenje te vršnjačko podučavanje.

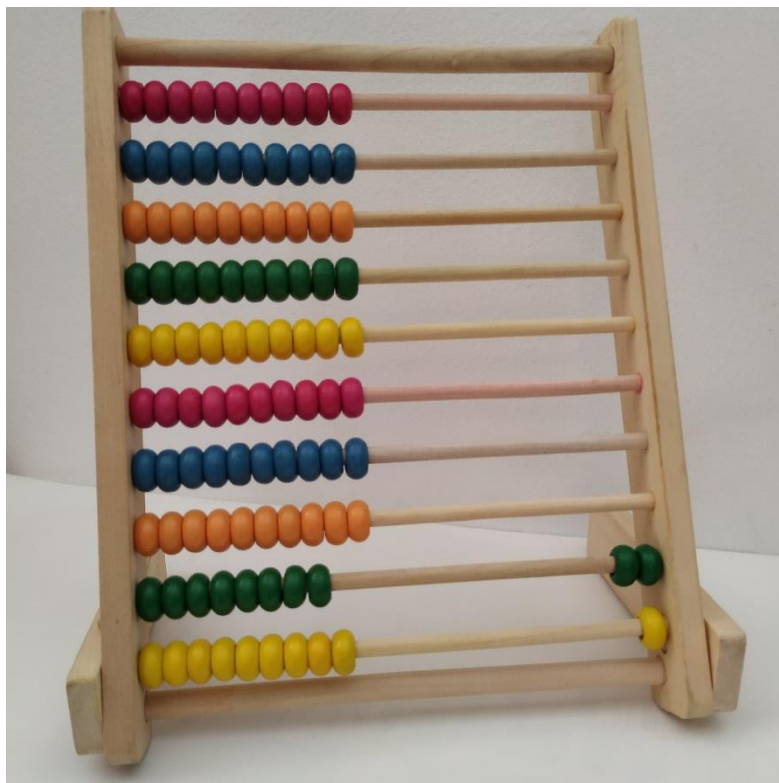
Korištenje didaktičkih materijala ima i neke nedostatke. Marshall i Swan (2008) kao prvi nedostatak navode da su didaktički materijali skupi te mnoge škole nemaju materijalne uvjete za njihovo korištenje. Učiteljima stvara problem što materijale koje posjeduju često moraju dijeliti s drugim učiteljima u školi. Potrebna je dodatna priprema učitelja jer treba osigurati dovoljno materijala za sve učenike i dobro organizirati nastavu tako da korištenje istih ima smisla. Katkad je problem postavljanje i pohranjivanje materijala na nastavi jer imaju mnogo dijelova, a nema mjesta za spremanje pa se materijali mogu pogubiti ili pomiješati. Ponekad je unutar jednoga sata malo vremena jer aktivnosti s manipulativnim materijalima mogu trajati dugo te ne bi trebalo požurivati učenikov rad ako se želi ostvariti postavljeni cilj.

3.4. Gotovi (kupljeni) didaktički materijali

Pod izrazom gotovi, odnosno kupljeni, didaktički materijali mislimo na konkretne (fizičke) materijale koji su osmišljeni od strane stručnjaka te se mogu pronaći na tržištu. Opisat ćemo nekoliko didaktičkih materijala koji se često koriste u nastavi, a osim tih postoje i još: računska gusjenica, Numicon, Multilink kocke, geoploča, soroban i tako dalje. Većina se gotovih didaktičkih materijala može i samostalno izraditi ili pronaći alternativa za iste.

3.4.1. Abakus

Abakus (abak ili računaljka) je jedno od najstarijih naprava za računanje, podrijetlom iz Azije. Koristili su je mnogi drevni narodi, a danas se često koristi u nastavi. Abakus je načinjen od napetih paralelnih žica (ili štapića) na kojima su nanizane kuglice, unutar drvenog okvira. Na svakoj je žici 10 kuglica jednake veličine (Slika 4). U radu s abakusom uvijek se kreće odozdo prema gore, pa tako donji red kuglica predstavlja jedinice, sljedeći red desetice, treći red stotice pa zatim tisućice i tako dalje. Redovi kuglica razlikuju se po bojama kako bi učenici lakše uočili mjesne vrijednosti. Također, u radu s ovim materijalom učenici vide prijelaz desetice jer u jednom redu nemaju više od 10 kuglica. Na primjer, da bi prikazali broj 12 prvo će izbrojati 10 jedinica koja će zamijeniti za jednu deseticu u redu iznad pa zatim izbrojati još dvije jedinice. Može se koristiti za brojenje, zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje.



Slika 4. Abakus

3.4.2. Cuisenairevi štapići

Cuisenairevi su štapići dobili ime po svojem izumitelju, belgijskom učitelju Georgesu Cuisenaireu koji je shvatio važnost boja za učenike s teškoćama u učenju (Milobara, 2015). Komplet se sastoji od drvenih štapića različitih duljina i boja. Štapići predstavljaju prirodne brojeve do 10. Prije nego usvoje pojam broja, učenici povezuju boju štapića s vrijednošću. Vrijednost svakog štapića označena je točno određenom bojom i zato ih nije potrebno mjeriti ili prebrojavati jedinične kockice. Štapići nemaju nikakve oznake, odnosno podjelu na jedinice, nego ih se promatra kao cjelinu. Na Slici 5 možemo vidjeti boju i vrijednost svakog štapića. Štapići omogućuju učenicima da uoče da je svaki sljedeći broj (štapić) točno za jedan veći od prethodnog broja (Slika 6). Pogodni su za učenje mnogih sadržaja, primjerice brojeva do 10, razlomaka, parnih i neparnih brojeva te računskih operacija zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja manjih brojeva.



Slika 5. Boje i veličine Cuisenaireovih štapića



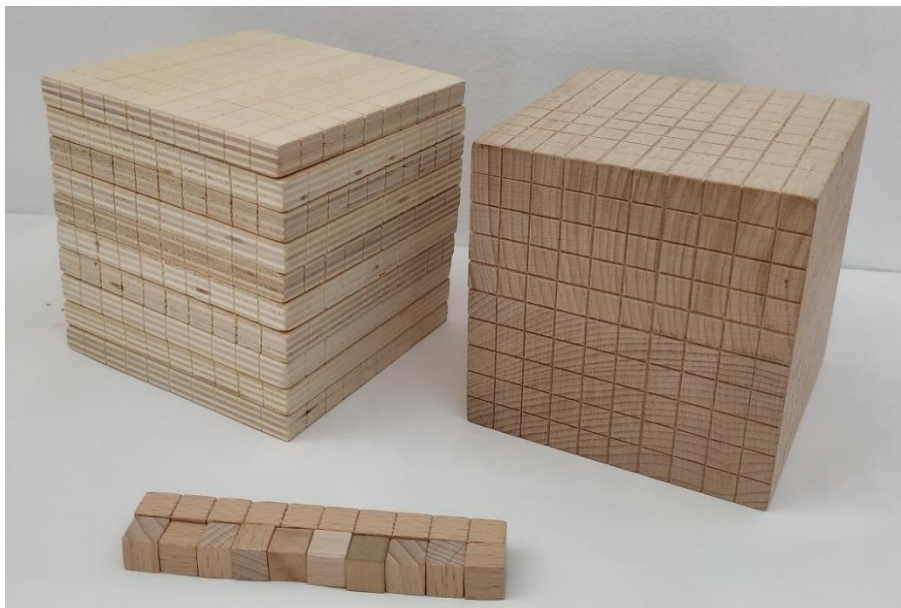
Slika 6. Nizanje Cuisenaireovih štapića

3.4.3. Dienes blokovi

Dienes blokovi dobili su naziv po mađarskom učitelju i matematičaru Zoltanu Dienesu. Nazivaju se još i "Baza deset". Komplet se sastoji od kocki i kvadara koji predstavljaju dekadske vrijednosti na sljedeći način:

- jedinica je kocka brida duljine 1 cm;
- desetica je štapić koji se sastoji od 10 jedinica, kvadar dimenzija 1 cm×1 cm×10 cm;
- stotica je pločica koja se sastoji od 10 desetica, kvadar dimenzija 10 cm×10 cm×1 cm;
- tisućica je kocka brida duljine 10 cm (Slika 7).

Za razliku od Cuisenaireovi štapića, Dienes blokovi su kombinirani materijal jer sadrže vizualni segment, kao i sukcesivni (Sharma, 2001). Naime, koristeći pojedini blok učenici mogu znati o kojoj je vrijednosti riječ na temelju njegova izgleda. Isto tako, mogu se prebrojavati jedinične kocke kako bi se utvrdila vrijednost bloka. Dienes blokovi mogu se koristiti za učenje mjesnih vrijednosti, višeznamenkastih brojeva te mentalnog i pisanog računanja s višeznamenkastim brojevima.



Slika7. Dienes blokovi

3.4.4. Stern blokovi

Stern blokove osmislila je učiteljica Catherine Stern koja je radila u Montessori vrtiću u današnjoj Poljskoj. Ovaj je didaktički materijal naizgled kombinacija Cuisenaireovih štapića i Dienes blokova. Sličnost s Cuisenaireovim štapićima je boja koja određuje vrijednost bloka, dok je podijeljenost na jedinične blokove sličnost s Dienes blokovima. Materijal se sastoji od

plastičnih ili drvenih blokova: prva je kocka koja predstavlja jedinicu i zadnji je štapić koji predstavlja desetice (10 spojenih kocaka). Postoji i blok koji predstavlja stoticu (10×10 kocaka) te blok koji predstavlja tisućicu (10×10×10 kocaka). Materijal je pogodan za prikazivanje dekadskog sustava te modeliranje računskih radnji. Stern setovi imaju i predloške za rad uz koje se učenici mogu samostalno provjeriti (Slika 8 iz Glasnović Gracin i Jerec (2012), str. 154).



Slika 8. Predložak za rad sa Stern blokovima (preuzeto iz „Stern blokovi“ od D. Glasnović Gracin i H. Jerec, 2012, *Matematika i škola*, 64(13), str. 154)

3.4.5 Unifix kocke

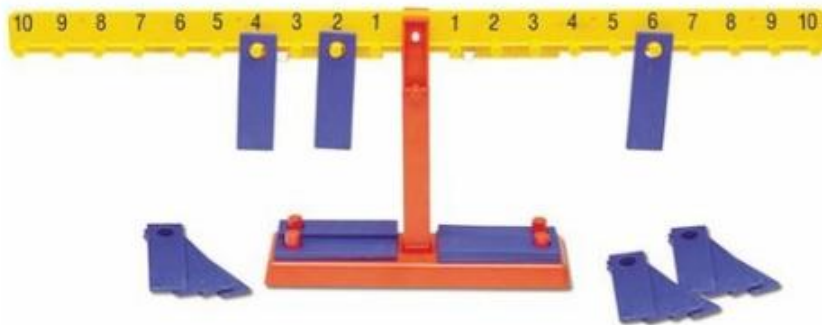
Set se sastoji od kocaka različitih boja i jednakih dimenzija (2.5 cm×2.5 cm×2.5 cm). U setu je 10 kocaka u 10 različitih boja, sveukupno 100 kocaka (Slika 9). Kocke se mogu međusobno spajati što je izvrsno za usvajanje zbrajanja i oduzimanja jer učenici fizički mogu dodavati ili oduzimati kocke. Unifix kocke prikladne su za razvijanje predmatematičkih vještina poput nizanja brojeva, gdje učenici povezuju količinu s brojem te razvrstavanja kocaka u skupove prema boji i ponavljanja obrazaca.



Slika 9. Unifiks kocke

3.4.6. Matematička vaga

Matematička vaga sastoji se od dvije numeričke ljestvice, s desne i lijeve strane. Svaka je ljestvica označena brojevima od 1 do 10. Uz vagu, u kompletu dolazi i 20 pločica koje se mogu staviti na strane vage. Ovim materijalom možemo vizualno konkretizirati matematičke jednadžbe i prikazati odnose među brojevima (Slika 10 iz Corn (2016), str. 10). Primjerice, ako na lijevu stranu objesimo pločicu na broj 5, vaga više neće biti u ravnoteži. Ravnotežu ćemo uspostaviti ako i na desnu stranu objesimo pločicu na broj 5 ili stavimo više pločica na brojeve koje daju zbroj 5 (npr. $4+1$, $2+3$).



Slika 10. Matematička vaga (preuzeto iz „Cuisenaire štapići“ od P. Corn, 2015, str. 10).

3.4.7. Tangram

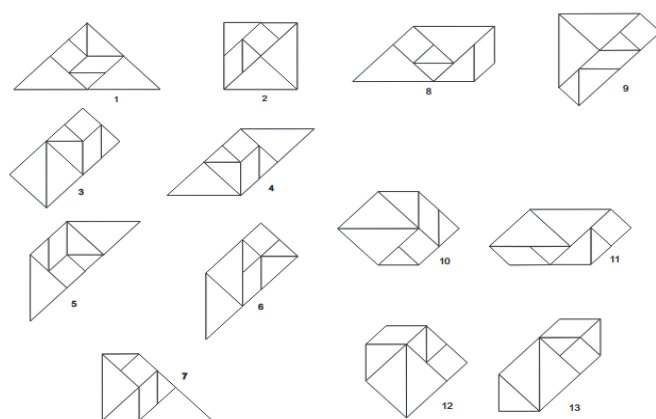
Tangram je jedna od najstarijih slagalica koja potječe iz Kine. Sastoji se od sedam dijelova, točnije: 2 velika jednakokračna pravokutna trokuta, 1 jednakokračnog pravokutnog trokuta srednje veličine, 2 mala jednakokračna pravokutna trokuta, kvadrata i paralelograma (Slika 11). Od tangram dijelova mogu se slagati različiti oblici, poštujući sljedeća pravila:

- svih 7 dijelova se mora upotrijebiti
- dijelovi se slažu jedan pored drugoga i ne smiju se preklapati
- dijelovi se mogu rotirati po potrebi.

Igra se tako da se učenicima prikažu uzorci koje trebaju složiti ili da učenici sami pokušaju kreirati neku figuru tako da je ona prepoznatljivog oblika. Neke figure se mogu složiti na više načina. Moguće je složiti oko 6500 likova, od koji je samo 13 konveksnih figura, odnosno ako se unutar takvih figura odaberu dvije točke, njihova spojnica također pripada toj figuri (Slika 12 iz Jukić (2009), str. 16). Uz pomoć ovog materijala učenici mogu istraživati u kakvom su odnosu pojedini dijelovi tangrama, koji su likovi sukladni, kakav je odnos površine i opsega i slično. Tangram slagalica može se kupiti i najčešće je izrađena od plastike i drveta, ali se vrlo jednostavno može samostalno izraditi od kartona ili kolaž papira.



Slika 11. Tangram slagalica



Slika 12. Konveksne figure (preuzeto iz „Matematičke slagalice“ od Lj. Jukić, 2009, *Osječki matematički list*, 9, str. 16)

3.5. Virtualni didaktički materijali

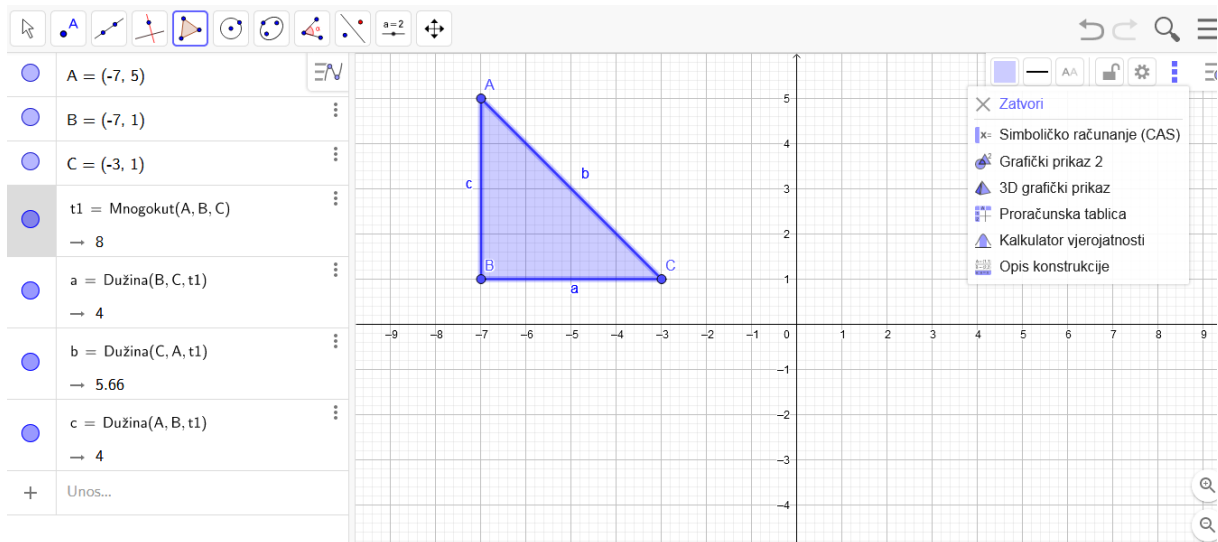
Virtualni didaktički materijali su interaktivni digitalni sadržaji koji imitiraju didaktičke materijale. Hunt, Nipper i Nash (2011) navode definiciju virtualnih didaktičkih materijala kao interaktivnu i vizualnu prezentaciju dinamičkog objekta koji pruža mogućnosti za izgradnju matematičkog znanja baziranog na webu. Virtualne materijale ne možemo fizički dodirivati, ali njima također možemo manipulirati. Ukoliko škola posjeduje adekvatnu tehnologiju, jeftiniji su i jednostavniji za pripremu. Schackow također navodi da su lako dostupni, da učitelju štede vrijeme za pripremu sata te da su izrazito motivirajući u nastavi (prema Hunt i sur., 2011).

Učenici se u svoje slobodno vrijeme koriste različitim tehnologijama pa je važno razvijati njihove informatičke vještine i usmjeravati ih prema korisnome. Predstaviti ćemo nekoliko virtualnih didaktičkih materijala koji su primjenjivi u razrednoj nastavi matematike.

3.5.1. GeoGebra

GeoGebra je besplatni program dinamične matematike koji ujedinjuje geometriju, algebru i analizu¹. Primjeren je za korištenje na svim razinama obrazovanja, od osnovne škole do fakulteta. Geogebrične aplikacije, za preuzimanje ili online korištenje su Grafički kalkulator, 3D kalkulator, Geometrija, Klasična Geogebra i Proširena stvarnost.

Na GeoGebra stranici mogu se pronaći različiti materijali za nastavu, simulacije, zadaci za vježbu ili igrice iz različitih područja matematike. Korisnici mogu dijeliti svoje i koristiti druge materijale i uratke. Na stranici se također mogu pronaći i tutorijali te upute za korištenje programa. U programu se mogu provesti različite matematičke konstrukcije koristeći objekte (točke, vektori, pravci, krivulje, funkcije, brojevi i drugo) i alate ili naredbe programa. S objektima se može manipulirati (povećavati, rotirati) pa je jednostavan za upotrebu te štedi vrijeme učitelja za pripremu materijala. Na Slici 13 možemo vidjeti kako izgleda korisničko sučelje aplikacije Klasična GeoGebra.



Slika 13. Sučelje aplikacije Klasična GeoGebra

3.5.2. Illuminations²

Illuminations je projekt koji je osnovao National Council of Teachers of Mathematics. Na web stranici mogu se pronaći različiti interaktivni alati, virtualni manipulativi i igre za učenje matematike. Prilikom traženja materijala, na stranici se može označiti željena dob učenika te domena (Brojevi i operacije, Algebra, Geometrija, Mjerenje, Analiza podataka i

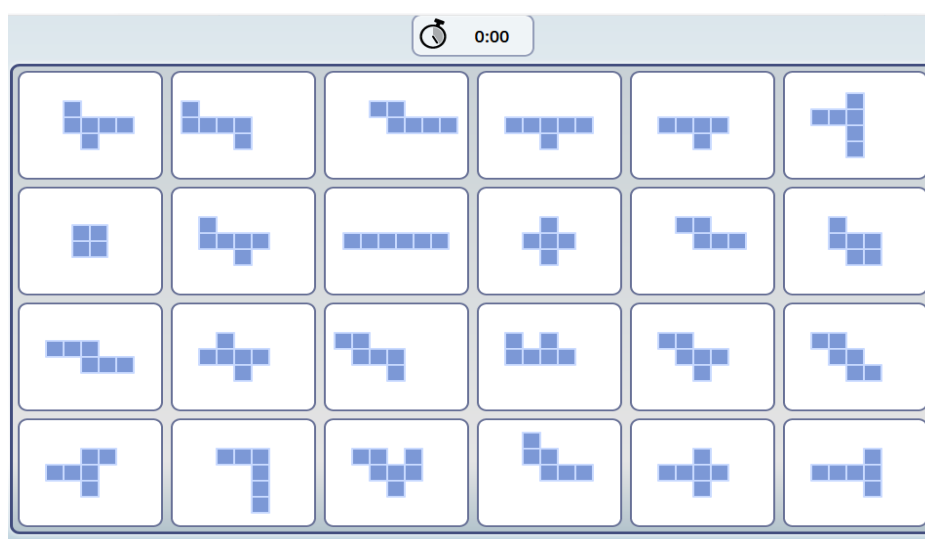
¹ Preuzeto s: <https://wiki.geogebra.org/hr/Priru%C4%8Dnik?lang=bs>

² Poveznica na stranicu Illuminations: <https://illuminations.nctm.org/>

vjerojatnost) ili upisati ključna riječ. Predstaviti ćemo nekoliko virtualnih didaktičkih materijala koji se mogu pronaći na stranici Illuminations.

CUBE NETS³

Učenici trebaju izabrati koje od navedenih mreža su mreže kocke (Slika 14). Kada kliknu na pojedinu mrežu, slika se poveća te ju učenici mogu rotirati kako bi promislili o odgovoru. Nakon što učenici pritisnu *Da* ili *Ne*, pojavi se animacija koja vizualno prikazuje može li se mreža složiti u kocku ili ne. Uz ovu interaktivnu igricu učenici upoznaju da postoje više mreža kocaka, a ne samo jedna koja se najčešće nalazi u školskim udžbenicima.



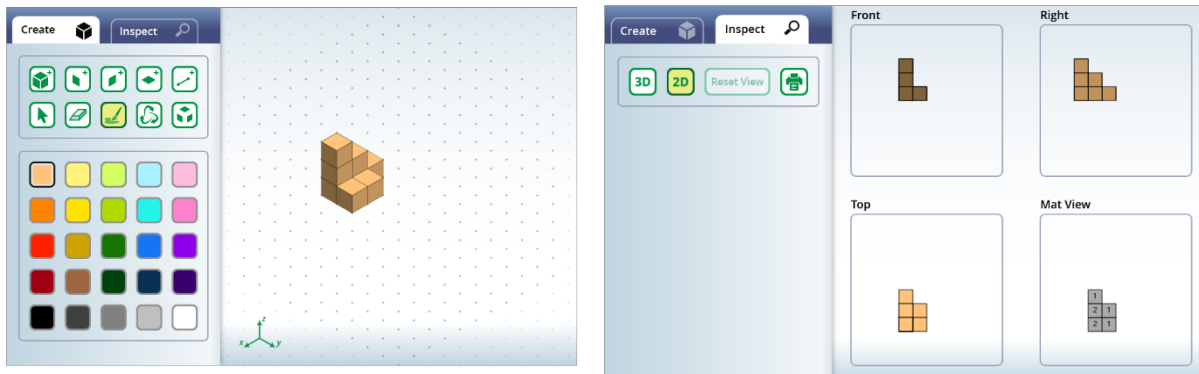
Slika 14. Igra Cube Nets na stranici Illuminations

ISOMETRIC DRAWING TOOL⁴

Pomoću ovog interaktivnog alata mogu se stvoriti dinamični crteži na izometričnom točkastom papiru. Figure se grade pomoću jediničnih bridova, strana ili kocki. Elementi se mogu pomicati, rotirati, bojati i gledati u 2D ili 3D obliku. Na Slici 15.A se vidi figura u 3D obliku, a na Slici 15.B učenici mogu promatrati nacrt, bokocrt i tlocrt. Učenicima se može prikazati tri prikaza figure, s prednje, desne i gornje strane, a da njihov zadatak bude da tu figuru izgrade u 3D obliku u programu i odrede volumen. Ovom aktivnošću učenici razvijaju prostorni zor.

³ Poveznica na Cube Nets: <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Cube-Nets/>

⁴ Poveznica na Isometric Drawing Tool: <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Isometric-Drawing-Tool/>



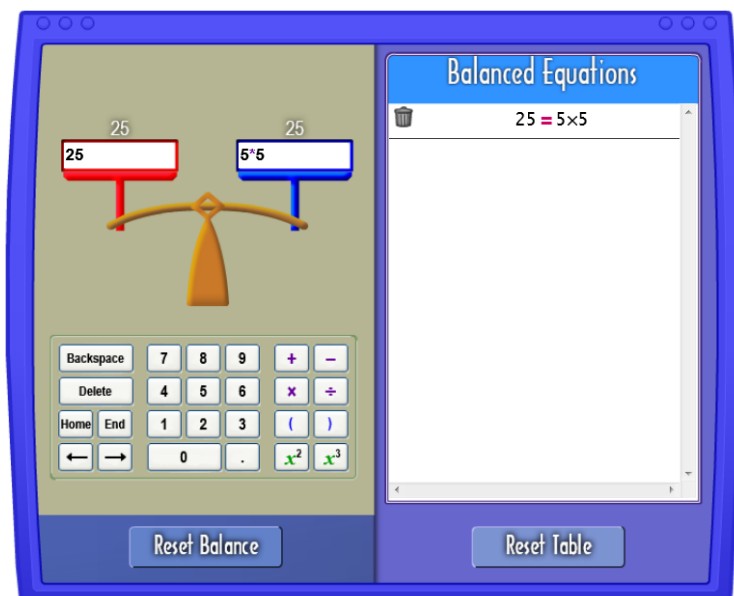
A: 3D oblik figure

B: 2D oblik figure

Slika 15. Igra Isometric Drawing Tool na stranici Illuminations

PAN BALANCE – NUMBERS⁵

Ovaj je virtualni materijal sličan matematičkoj vagi. Koristi se za poboljšanje razumijevanja i izračunavanja numeričkih izraza i jednakosti. Na lijevoj strani nalazi se vaga koja ima lijevu, crvenu stranu i desnu, plavu stranu. Na desnoj strani nalazi se prostor u kojem se ispisuju matematičke jednadžbe. Prvo kliknemo na jednu stranu vage i izaberemo broj. Vaga potom izgubi ravnotežu. Kako bismo vratili ravnotežu moramo na drugoj strani upisati broj ili matematički izraz koji će odgovarati tom broju (Slika 16). Učenici mogu istraživati, uključivati tri ili više članova i tražiti što više matematičkih izraza koji će držati vagu u ravnoteži.



Slika 16. Igra Pan Balance – Numbers na stranici Illuminations

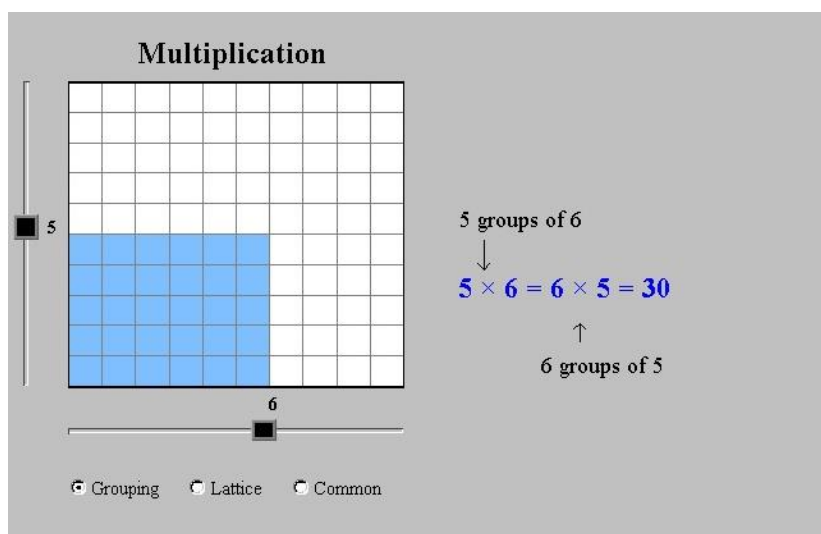
⁵ Poveznica na Pan balance – Numbers: <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Pan-Balance----Numbers/>

3.5.3. National Library of Virtual Manipulatives⁶

National Library of Virtual Manipulatives je stranica za interaktivno učenje matematike koja je nastala kao projekt podržan od Nacional Science Foundation. Cilj je pokazati da se uz pomoć računala može stvoriti virtualno okruženje za učenje matematičkih sadržaja upotrebom manipulacije i vizualizacije. U virtualnoj knjižnici mogu se pronaći različiti interaktivni sadržaji, aplikacije, igre za djecu predškolskog i školskog uzrasta. Prilikom traženja materijala, osim razreda, može se odabrati domena (Brojevi i operacije, Algebra, Geometrija, Mjerenje, Analiza podataka i vjerojatnost). Predstaviti ćemo nekoliko virtualnih didaktičkih materijala koji se mogu pronaći na stranici National Library of Virtual Manipulatives.

RECTANGLE MULTIPLICATION⁷

Ovaj virtualni didaktički materijal ilustrira tri različita algoritma koji pomažu učenicima da bolje razumiju postupak množenja cijelih brojeva. Umnožak je prikazan u obliku pravokutnika čija je duljina jednaka jednom faktoru, a širina jednaka drugom faktoru. Usvajaju se svojstva komutativnosti množenja te distributivnosti množenja prema zbrajanju. Slika 17 prikazuje *Grouping* algoritam, Slika 18 *Lattice* algoritam, a Slika 19 *Common* algoritam.

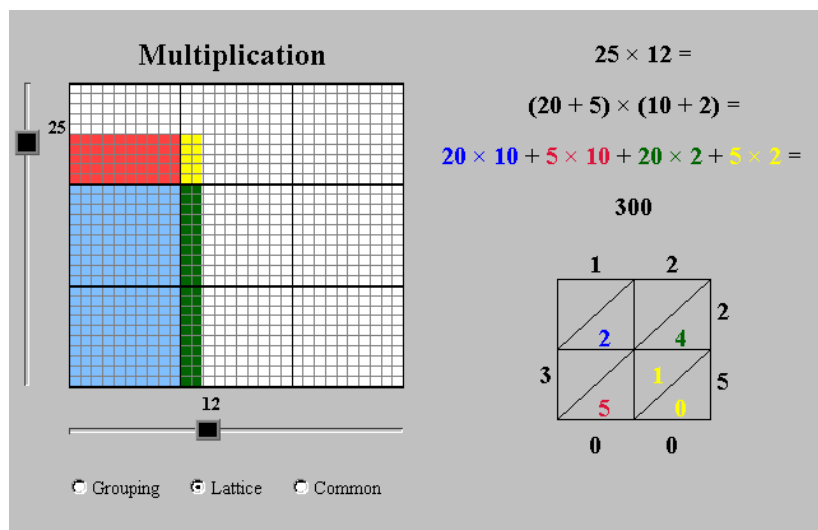


Slika 17. *Grouping* algoritam množenja

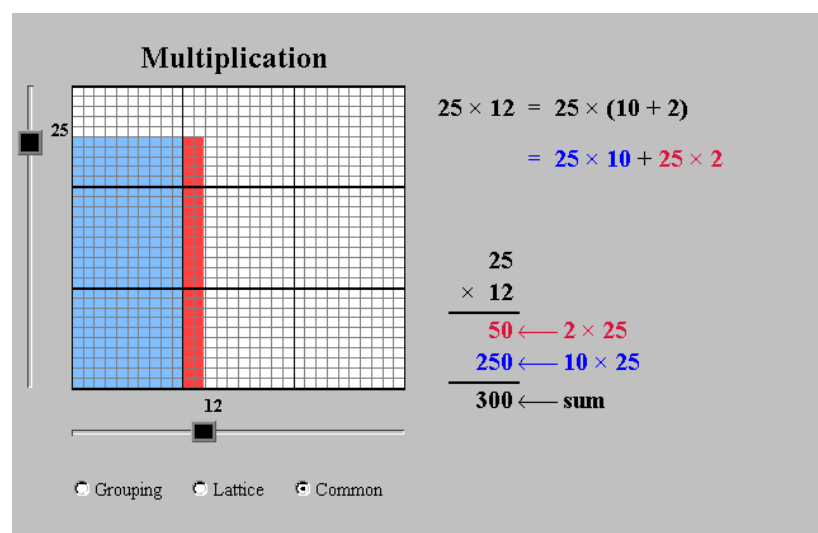
⁶ Poveznica na stranicu National Library of Virtual Manipulatives: <http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

⁷ Poveznica na Rectangle Multiplication:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_192_g_1_t_1.html?from=category_g_1_t_1.html



Slika 18. *Lattice* algoritam množenja



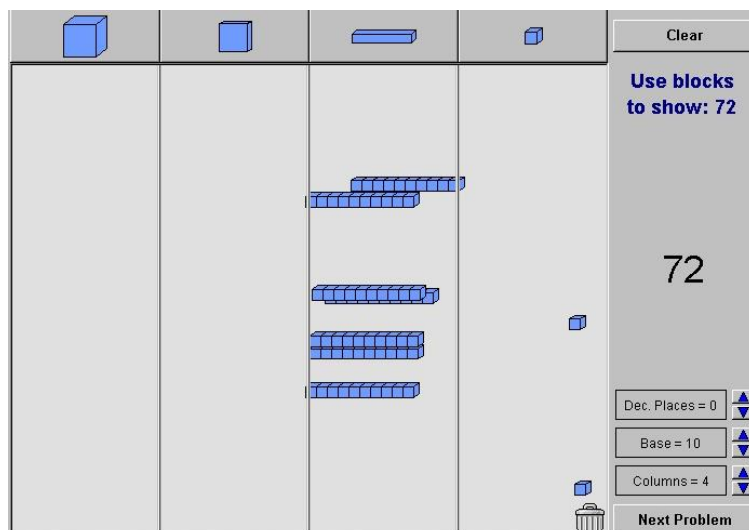
Slika 19. *Common* algoritam množenja

BASE BLOCKS⁸

Ovaj je virtualni materijal sličan Dienes blokovima. Pomoću virtualnih blokova mogu se formirati brojevi i vizualno povezivati količina sa zapisom broja. Usvajaju se mjesne vrijednosti te vježba zbrajanje i oduzimanje dodavanjem ili brisanjem blokova. Blokovi predstavljaju jedinice, desetice, stotice i tisućice. Na Slici 20 možemo vidjeti broj 72 zapisan pomoću virtualnih blokova.

⁸ Poveznica na Base Blocks:

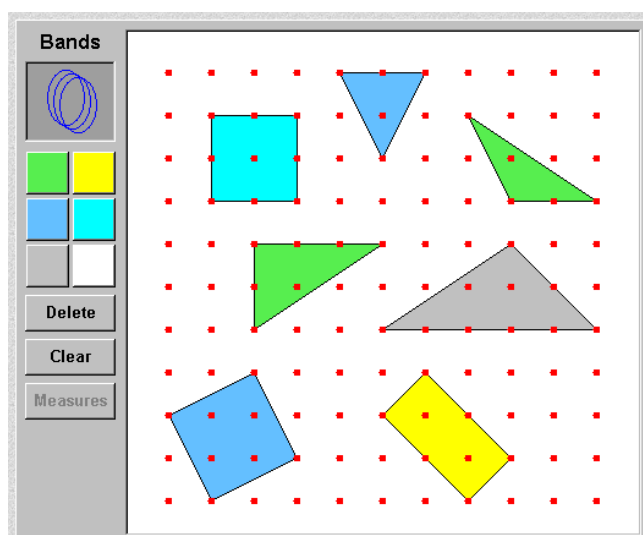
http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_152_g_1_t_1.html?from=category_g_1_t_1.html



Slika 20. Igra Base Blocks na stranici National Library of Virtual Manipulatives

GEOBOARD⁹

Koristeći Geoploču učenici mogu konstruirati različite geometrijske likove, otvorene i zatvorene linije. Za mlađe uzraste se koristi kako bi prepoznali, imenovali, gradili, crtali i uspoređivali dvodimenzionalne oblike. Stariji učenici razredne nastave također mogu proučavati površinu i opseg. Učenici mogu slobodno odrediti oblike i boje koje koriste, stoga postoji dovoljno prostora za slobodnu igru i kreativnost. Na Slici 21 vidimo kako spomenuti virtualni materijal izgleda.



Slika 21. Igra Geoboard na stranici National Library of Virtual Manipulatives

⁹ Poveznica na Geoboard:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_277_g_1_t_3.html?open=activities&from=category_g_1_t_3.html

Razvojem tehnologije i internetskih platformi svakim je danom sve više virtualnih materijala i aplikacija koje mogu pomoći u osmišljavanju nastave. Neke od njih su¹⁰:

- Math playground: https://www.mathplayground.com/math_manipulatives.html
- Sketchpad: <https://sketch.io/sketchpad/>
- ST Math: <https://www.stmath.com/>
- Didax: <https://www.didax.com/math/virtual-manipulatives.html>

3.6. Matematika u Montessori pedagogiji

Veliki utjecaj u razvoju didaktičkih materijala imala je Montessori pedagogija. Začetnica je Maria Montessori, rođena 1870. godine u Italiji. Upisala je studij medicine i postala prva liječnica u Italiji što za tadašnje vrijeme nije bilo društveno prihvatljivo. Njezinu su pažnju posebice privukla djeca s poteškoćama za koju se smatralo da ih se ne može podučavati. Na temelju promatranja djece kreirala je poseban didaktički materijal pomoću kojeg je postigla napredak u njihovom razvoju. Kasnije se potpuno posvetila proučavanju odgoja i obrazovanja s ciljem poboljšanja ondašnjeg obrazovnog sustava.

Montessori metoda temelji se na znanjima medicine i pedagogije te vjerovanju da djeca imaju upijajući um i da uče spontano kroz igru. Montessori učitelj priprema različite senzomotoričke materijale i uređuje prostor koji daju potporu za razvoj djeteta, tzv. *poticajna sredina* (Matijević, 2001). Djeci se daje sloboda u izboru materijala i aktivnosti kojima se žele baviti, stoga je najdominantniji individualni rad. Koriste se materijali iz svakodnevnog života (za spremanje, kuhanje, higijenu), materijali i aktivnosti za razvoj govora, osjetila i motorike, matematičke i jezične igre, aktivnosti u prirodi...Veliki je naglasak na samostalnosti djece (Britton, 2000). „*Pomozi mi da to uradim sam*“ glavna je ideja koju zagovaraju Montessori-kuće.

Didaktički materijal izrađen je od prirodnih materijala te u obliku kojeg je osmislila Marija Montessori. Materijal treba imati *kontrolu greške* kako bi učenici samostalno mogli uvidjeti i ispraviti pogrešku te mogućnost ponovne manipulacije kako bi učenici mogli uvježbati radnju ili usvojiti apstraktni pojam (Perić, 2009). Poseban značaj u Montessori pedagogiji imaju boje. Unutar skupine matematičkih materijala, zelena se boja koristi za jedinice, plava za desetice i crvena za označavanje stotica u dekadskom sustavu. Na taj se način postiže da djeca lakše usvajaju i povezuju određene koncepte. Materijal se uvijek slaže slijeva

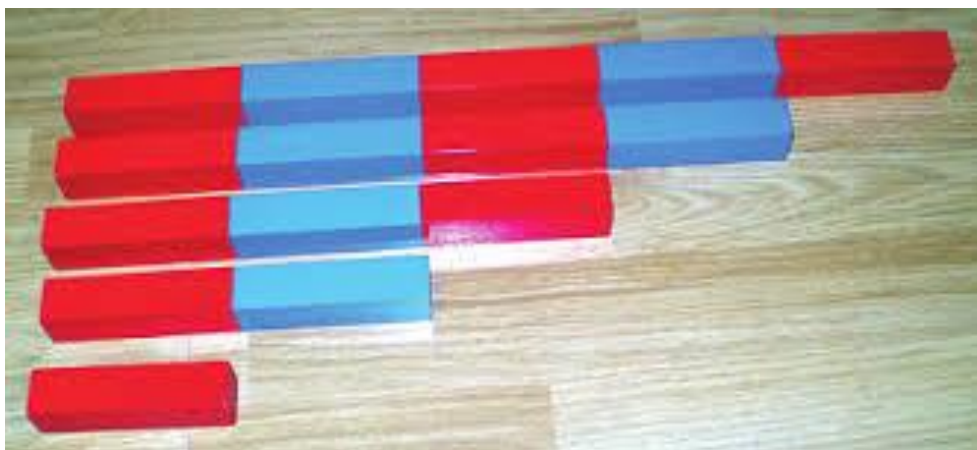
¹⁰ Pristupljeno 16.9.2020.

na desno i od gore prema dolje. Usto, materijal se temelji na didaktičkim načelima od jednostavnijeg prema složenijem i od konkretnog prema apstraktnom. Predstaviti ćemo nekoliko Montessori materijala za matematiku koji se mogu prilagoditi za korištenje u tradicionalnoj nastavi te se lako mogu i samostalno izraditi.

3.6.1. Brojevni prutovi

Već u dobi od 3 godine, djeca se susreću s brojevnim prutovima. Često se nazivaju i numerički štapovi ili brojevne gredice. Materijal čini 10 prutova naizmjenično podijeljenih na jednako velike crvene i plave dijelove. Najkraći je prut crvene boje i dugačak 1 dm, a najduži je prut dugačak 1 m (Slika 22 iz Perić (2009), str. 14). Prutovi predstavljaju prirodne brojeve od 1 do 10. Svrha je rada s brojevnim prutovima:

- usvajanje pojma o količini i brojevima od 1 do 10;
- stvaranje prediskustva s metrijskim sustavom;
- brojenje od 1 do 10 (Perić, 2009).



Slika 22. Brojevni prutovi (preuzeto iz „Montessori iz prve ruke“ od A. Perić, 2009, *Matematika i škola*, 51/11, str. 14)

3.6.2 Kartice s brojevima

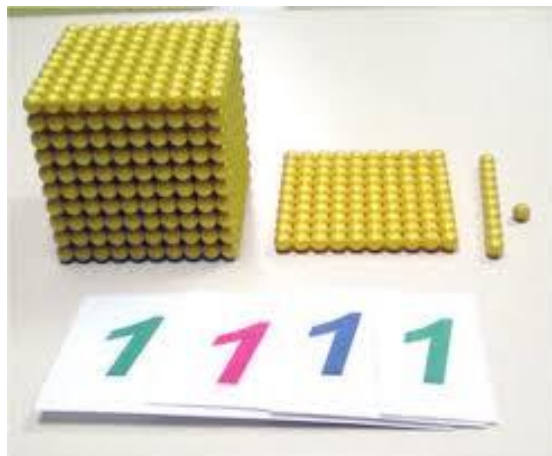
Set čine kartice različitih veličina koje se mogu slagati jedna na drugu. Najmanje su kartice s brojkama 1-9 napisanim zelenom bojom, zatim kartice s brojkama 10-90 napisanim plavom bojom pa kartice s brojkama 100-900 napisanim crvenom bojom i najveće su kartice tisućica napisane opet zelenom bojom. Korištenjem ovog materijala učenici uče zapisivati višeznamenkaste brojeve i upoznaju dekadski sustav. Primjerice, broj 5042 složit će se pomoću kartica s brojevima 5000, 40 i 2 stavljajući ih jednu na drugu, od najveće do najmanje. Ovaj se

materijal može jednostavno samostalno izraditi (Slika 23). Veličina kartica kontrolira greške, stoga se smanjuje mogućnost da učenici krivo postave dekadaska mjesta.



Slika 23. Kartice s brojevima

Aktivnosti s brojevnim karticama često se povezuju sa zlatnim perlama, koje su materijal sličan Dienes blokovima za prikazivanje višeznamenkastih brojeva, kako učenik ne bi izgubio vezu količine i broja (Slika 24. iz Perić (2009), str. 16).

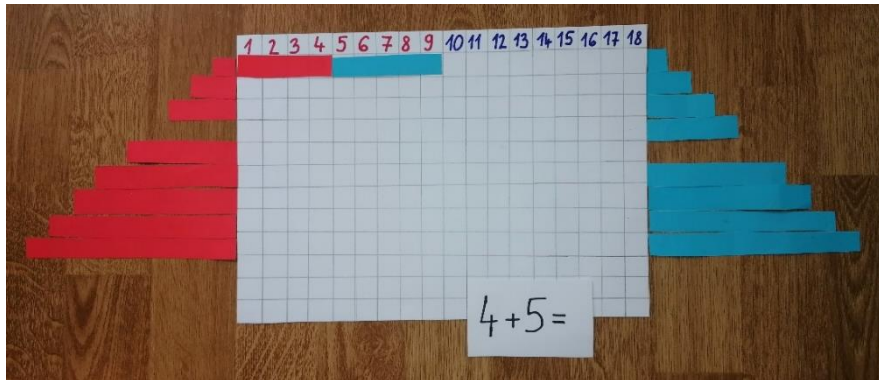


Slika 24. Aktivnost s brojevnim karticama i zlatnim perlama (preuzeto iz „Montessori iz prve ruke“ od A. Perić, 2009, *Matematika i škola*, 51/11, str. 16)

3.6.3 Ploče za zbrajanje i oduzimanje

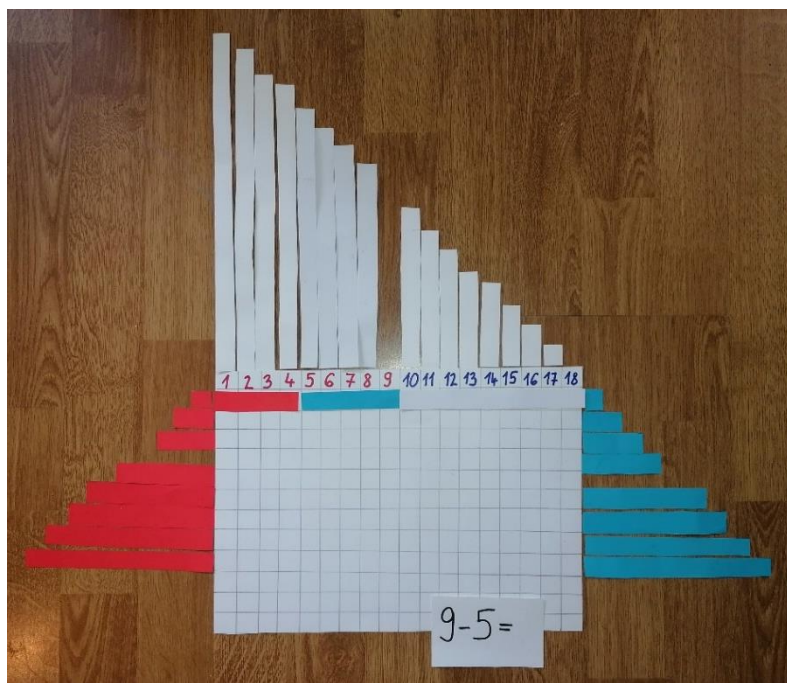
Materijal se sastoji od ploče s mrežom kvadrata te crvenih i plavih pločica označenih brojevima 1-9. Ploča je sastavljena od 18x12 kvadrata. Vodoravno su označeni brojevi 1-18. Brojevi do 9 označeni su crvenom bojom, a brojevi od 10 do 18 plavom bojom. Na taj je način vidljiv prijelaz desetice. Kada učenik radi s ovim materijalom, ima i papirić na kojem se nalazi

zadatak i na koji upisuje rješenje. Primjerice, da bi riješio zadatak $4+5$, uzima crvenu pločicu s brojem 4 i pored nje slaže plavu s brojem 5. Zatim pročita dobiveno rješenje iz vodoravnog retka ili prebrojavanjem kvadratića (Slika 25).



Slika 25. Zbrajanje uz pomoć ploče za zbrajanje

Ploča za oduzimanje izgleda kao i ploča za zbrajanje, osim što još dodatno ima 17 nebojenih drvenih pločica. Nebojene pločice su posložene od veće prema manjoj iznad vodoravno napisanih brojeva 1-18. Učenik uzima nebojenu pločicu koja se nalazi iznad broja 9 i njom prekriva ostatak retka iza broja 9. Zatim uzima plavu pločicu s brojem 5 i stavlja ju ulijevo od broja 9. Ostatak predstavlja razliku i popunjava ga crvenom pločicom 4 (Slika 26).

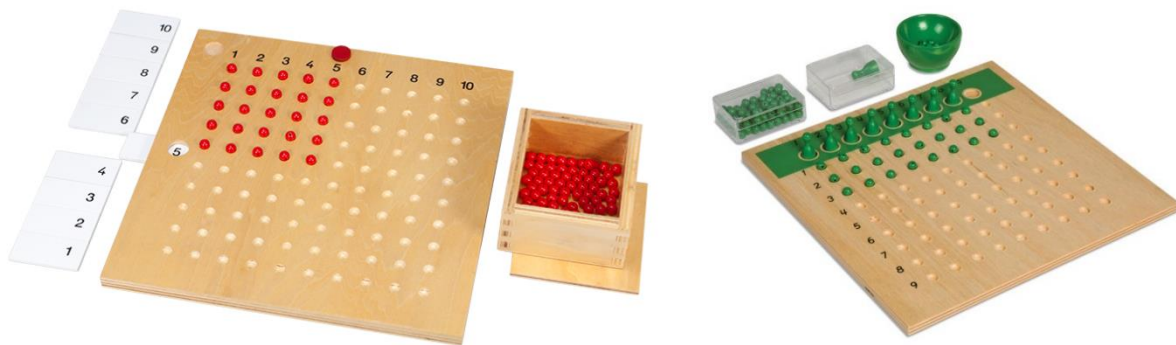


Slika 26. Oduzimanje uz pomoć ploče za oduzimanje

3.6.4 Male ploče za množenje i dijeljenje

Set za množenje čini ploča s udubljenjima za perlice, sto crvenih perlica, kartice s brojevima 1-10 i crvena okrugla pločica. Gore vodoravno su na ploči napisani brojevi 1-10, a lijevo se nalazi prostor u koji se stavlja kartica s brojem koji se množi. Učenik uz sebe ima papirić sa zadatkom i na koji piše rješenja. Na primjer, ako učenik treba riješiti zadatak $5 \cdot 5$, prvo stavlja lijevo karticu broj 5. Crvena okrugla pločica služi kao oznaka do kojeg broja se množi, pa tako oznaku stavlja iznad 5. Udubljenja popunjava perlicama tako da slaže 5 puta po 5 crvenih perlica i na kraju prebrojavanjem perlica dobiva rješenje 25 (Slika 27.A).

Set za dijeljenje čini ploča s udubljenjima za perlice, 81 zelena perlica, 9 zelenih figurica i prazna posudica. Vodoravno, s lijeva na desno, u zeleni redak napisani su brojevi 1-9. S lijeve strane, prema dolje, isto su napisani brojevi 1-9. Zelene perlice predstavljaju djeljenika, a zelene figurice djelitelja. Prazna posudica služi kako bi učenik lakše izbrojio perlice. Objasniti ćemo dijeljenje uz pomoć ploče na primjeru zadatka $24:8$ (Slika 27.B). Učenik prvo broji 24 zelene perlice te ih stavlja u posudicu. Zatim 8 zelenih figurica slaže u zeleno označeni dio. Učenik raspodijeli 24 zelene perlice tako da svakoj figurici „pravedno“ dodijeli isti broj perlica. Počinje tako da svakoj figurici stavlja po jednu perlicu i tako dok ne potroši sve perlice iz posudice. Prebrojavanjem učenik vidi da je svaka figurica dobila 3 perlice, odnosno da je količnik 3.



A: Množenje uz pomoć ploče¹¹

B: Dijeljenje uz pomoć ploče¹²

Slika 27. Male ploče za množenje i dijeljenje

¹¹ Preuzeto s: https://www.alisonsmontessori.com/Multiplication_Board_p/m16.htm

¹² Preuzeto s: <https://www.montessori-spirit.com/fr/la-memorisation/3750-tableau-de-la-division.html#.VwuuUISLTIU>

4. SAMOSTALNO IZRAĐENI DIDAKTIČKI MATERIJALI

4.1. The Science Nomad

Dr. Stuart Kohlhagen australski je edukator, poznatiji pod imenom The Science Nomad, koji provodi radionice i seminare iz STEM¹³ područja za učitelje i učenike diljem svijeta. Njegov je cilj korištenjem jeftinih i lako dostupnih materijala djeci pojasniti složene koncepte i razvijati vještine rješavanja problema, logičkog zaključivanja, kreativnosti i kritičkog mišljenja. Ideja je pobuditi u djeci znatiželju i propitivanje u aktivnostima koje se provode jer postavljanjem pravih pitanja razvija se stvarno razumijevanje.

Opisat ćemo nekoliko matematičkih aktivnosti dr. Stuarta Kohlhagena predstavljenih na metodičkoj radionici „*Humble Materials – Sticky Questions – Powerful Outcomes*“ održanoj 27. svibnja 2019. na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

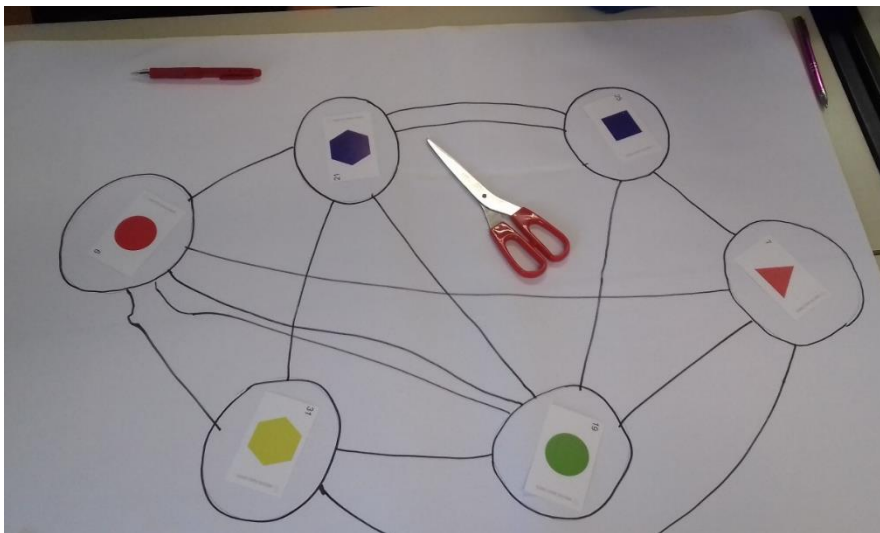
Prva se aktivnost naziva *The handshake challenge*. Pozovu se dvije osobe koje se rukuju i postavlja se pitanje: *Koliko je to rukovanja ukupno?* (1 rukovanje). Zatim se postepeno izvodi još ljudi te se svi međusobno trebaju rukovati. Za manji broj ljudi jednostavno je prebrojiti broj rukovanja, no postavlja se pitanje koliko će rukovanja biti kada je veći broj osoba uključen u aktivnosti. U ovoj aktivnosti učenici trebaju pronaći algoritam kojim će odrediti konačan broj rukovanja, ali trebaju pripaziti da ne ubroje isto rukovanje dva puta.

Za sljedeću aktivnost potrebno je 5 ljudi. Dvoje je ljudi okrenuto licem prema naprijed, a troje licem prema natrag. Zadatak je da jedna osoba postavi svih 5 ljudi licem prema naprijed. Pravilo je da osoba uvijek mora okrenuti 2 osobe istovremeno, na bilo koju stranu. Rješavanje ovog problema je nemoguće, no njime postizemo da učenici promišljaju o ulozi parnih i neparnih brojeva te ih treba pustiti da sami dokuče odgovor.

Sljedeća je aktivnosti također povezana s ulogom parnih i neparnih brojeva u svakodnevnom životu. Potrebno je 5 ljudi koji će u krug pomoću ruku formirati „vrata“. Pozove se jedan učenik koji stoji izvan kruga i mora proći kroz svih pet vrata samo jednom, ali tako da na kraju ostane izvan kruga. U slučaju pet vrata neće moći ostati izvan kruga. Kad se doda šesta osoba i postoji šest vrata moći će ostati izvan kruga. Postepeno se povećava broj osoba i zaključak je da će osoba ostati unutar kruga ako postoji neparan broj vrata, a izvan kruga ako je paran broj. Ovaj zaključak učenici trebaju izvesti sami.

¹³ STEM je akronim koji se odnosi na područje znanosti, tehnologije, inženjerstva i matematike (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*).

ShapeNet activity igra je rješavanja problema u kojoj se uspoređuju oblici i boje. Svaka skupina ima veliki papir i kartice na kojima su geometrijski likovi (krug, trokut, kvadar, šesterokut) različitih boja i veličina (mali ili veliki). Svaki član uzima nekoliko kartica i raspoređuje po papiru. Oko kartica formiraju krugove tako da dobiju polja na papiru. Prvi je zadatak povezati sve likove na osnovi obilježja koje imaju (isti oblik, ista boja, jednaka veličina). To znači da će neke kartice međusobno imati više veza (Slika 28). Zatim se grupe mijenjaju za papir koji sada na sebi ima samo krugove i nacrtane veze među njima. Zadatak je izabrati odgovarajuće kartice i složiti na krugove tako da sve veze odgovaraju. Primjerice, moraju pronaći karticu koja ima dvije poveznice s jednom, a tri poveznice s drugom karticom. U ovoj se aktivnosti traži mnogo logičkog razmišljanja i razvijanja strategije da bi se točno popunila cijela mreža. Aktivnost se može primijeniti koristeći različite karte.



Slika 28. ShapeNet activity s radionice Science Nomada

4.2. Pisanje brojeva po brašnu

Za učenike mlađe školske dobi pisanje može biti vrlo zahtjevno jer motorika ruke nije dovoljno razvijena. Prilikom učenja pisanja znamenki često se kreće od vježbanja „pisanja“ po zraku, po stolu ili leđima drugih učenika. Zatim se može prijeći na pisanje po praznom bijelom papiru, a tek onda u bilježnicu. Jedna od aktivnosti kojom vježbamo početno pisanje brojeva je pisanje po brašnu. Može se koristiti sol, šećer, riža, pijesak ili slične smjese koje imaju ulogu senzornog materijala. Brašno se u većoj količini stavlja na pladanj, tako da u potpunosti pokrije dno. Pred učenike stavljamo kartice s brojevima, a oni gledajući u karticu trebaju napisati broj na brašnu pomoću prsta (Slika 29). Kasnije se po brašnu može pisati i olovkom, kako bi učenici uvježbali položaj ruke pri pisanju u bilježnicu. Materijal je jednostavan za pripremu i korištenje

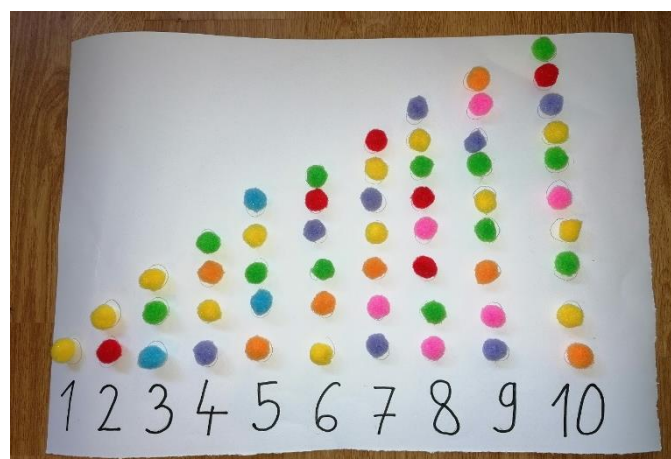
jer se lako može poravnati površina i ponovno pisati po njoj. Ovom se aktivnošću vježba fina motorika i na taj način olakšava kasnije pisanje u bilježnice.



Slika 29. Pisanje brojeva po brašnu

4.3. Nizanje brojeva do 10

Ovaj se materijal može koristiti za nizanje i brojanje do 10, kao i povezivanje količine sa zapisom broja. Na karton ili deblji papir pripremi se šablona prema kojoj će učenici nizati kuglice (ili neke druge predmete), kao na Slici 34. Označena mjesta za kuglice kontroliraju greške pa će tako učenici znati koliko kuglica se pridružuje svakom broju. Isto tako, vidljivo je da je svaki idući broj za 1 veći, pa se pomoću ovog materijala može i proučavati veza između prethodnika i sljedbenika.



Slika 30. Nizanje brojeva do 10

4.4. Nizanje brojeva od 10 do 20 pomoću kutija za jaja

Za ovaj će materijal biti potrebne dvije kutije za jaja i žetoni (ili neki drugi manji predmeti). Učenici već znaju da kutija sadrži 10 mjesta za jaja pa će je zamisliti kao deseticu,

dok će žeton predstavljati jedinicu. Rupe za jaja su složene simetrično što će u ovom slučaju vizualno olakšati prebrojavanje. Primjerice, kako bi učenici prikazali broj 14 trebaju jednu kutiju i 4 žetona (Slika 31). Počinje se tako da učenici broje žetone i slažu u kutiju. Kada dođu do broja 10, kutiju će zatvoriti i na taj način označiti 1 desetice. Zatim nastavljaju brojati i preostala 4 žetona slažu u drugu kutiju. Sada imaju jednu punu kutiju i 4 žetona u drugoj, što znači 1 deseticu i 4 jedinice. Broj 20 će prikazati pomoću dvije zatvorene kutije, odnosno 2 desetice. Ovim materijalom vježba se nizanje brojeva do 20, a može se iskoristiti i za zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20. Ako se jedinice slažu redom okomito uočava se razlika između parnih i neparnih brojeva. Ako se slažu vodoravno olakšava se računanje vežući ga uz višekratnike broja pet (5, 10, 15, 20).



Slika 31. Prikaz broja 14 pomoću kutija i žetona

4.5. Nejednakost trokuta pomoću slamčica

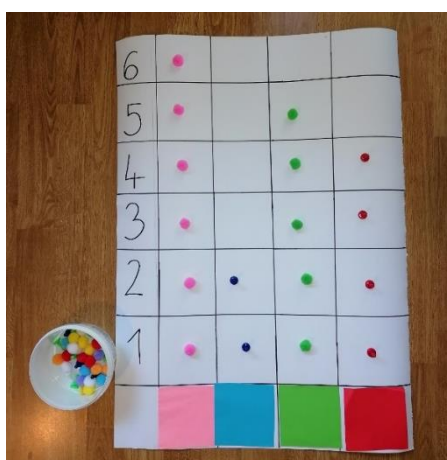
Pravilo nejednakosti trokuta glasi: zbroj duljina dviju stranica trokuta veći je od duljine treće stranice, odnosno za trokut sa stranicama duljine a , b i c vrijedi $a+b>c$, $b+c>a$ i $a+c>b$. Važno je da učenici osvijeste kako ne mogu izabrati bilo koje brojeve za duljine stranica trokuta. Za aktivnost je potrebno pripremiti slamčice različitih duljina (1 cm, 2 cm, 3 cm...) i konac. Učenici izabiru po 3 slamčice i pokušavaju sastaviti trokut nižući ih na konac (Slika 32). Na papir bilježe duljine slamčica od kojih su uspjeli sastaviti trokut, a od kojih ne. Kada prikupe dovoljan broj primjera, učenici trebaju sami pokušati izvesti zaključak, opisati svojim riječima koja kombinacija slamčica će određivati trokut. Pomoću ove aktivnosti učenici će lakše zapamtiti i naposljetku primjenjivati pravilo nejednakosti trokuta jer su ponajprije krenuli od konkretnih materijala te samostalno došli do zaključka.



Slika 32. Nejednakost trokuta

4.6. Početno upoznavanje stupčastih dijagrama

Uz ovu aktivnost učenicima se pojednostavljuje i objašnjava prikaz stupčastih dijagrama koje mogu pronaći u svojim udžbenicima. Učenici će lakše razumjeti prikazivanje, interpretiranje te svrhu prikaza stupčastim dijagramom u svakodnevnom životu. Potrebno je na papiru napraviti polja kao na Slici 33. Dolje ćemo polja obojiti različitim bojama, a lijevo napisati brojeve. Učenicima dajemo predmete koje će sortirati prema boji (kuglice, pijune, žetone...) tako da ih stavljaju u odgovarajući stupac, jedan predmet u jedno polje. Kada učenici sortiraju predmete, dobit će sliku nalik stupčastom dijagramu. Zatim učenicima postavljamo pitanja u vezi sa “stupčastim dijagramom“: *Kojih predmeta ima najviše? Kojih ima najmanje? Koliko ima predmeta crvene boje? Kojih predmeta ima više nego predmeta crvene boje? A kojih manje? Za koliko je više crvenih predmeta, nego plavih?* Učenici će najvjerojatnije odgovarati prebrojavanjem predmeta, no trebamo im ukazati na to da lako možemo usporediti vrijednosti prema visini ili iščitati brojeve pomoću brojeva s lijeve strane. Kasnije se mogu razvrstavati predmeti prema nekim drugim obilježjima.



Slika 33. Početno upoznavanje stupčastih dijagrama

5. METODOLOGIJA

5.1. Cilj i istraživačka pitanja

Cilj je istraživanja ispitati učitelje razredne nastave o vrstama didaktičkih materijala koje koriste u nastavi matematike. Istraživanjem se željelo saznati koriste li učitelji više gotove, virtualne ili samostalno izrađene didaktičke materijale. U skladu s ciljem, postavljena su sljedeća istraživačka pitanja:

1. U kojim oblicima učitelji razredne nastave koriste didaktičke materijale u razrednoj nastavi matematike?
2. Na koje načine se može poboljšati korištenje didaktičkih materijala u razrednoj nastavi matematike?

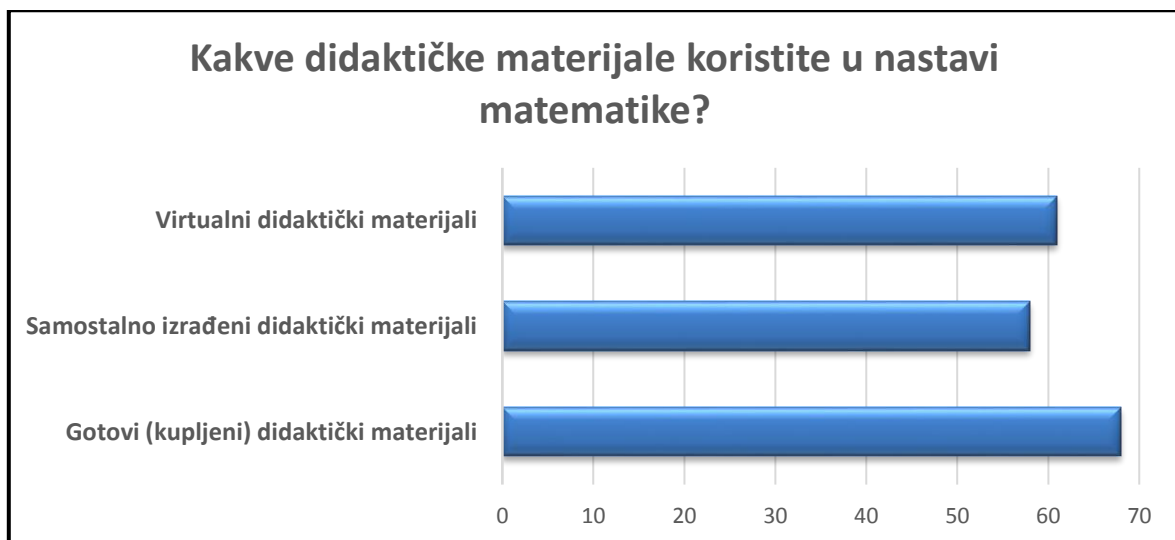
5.2. Uzorak, instrument i postupak prikupljanja

U istraživanju su sudjelovale učiteljice i učitelji razredne nastave iz različitih gradova u Republici Hrvatskoj. Uzorak je činilo sveukupno 80 ispitanika. Sudjelovanje je bilo dobrovoljno i anonimno čime je ispoštovana etika istraživanja. Instrument je istraživanja upitnik koji se sastoji od sedam pitanja u vezi s osnovnim informacijama ispitanika (spol, dob, radni staž, zvanje te mjesto, škola i razred) te 15 pitanja o upotrebi didaktičkih materijala u nastavi matematike. Upitnik je prvo podijeljen u veljači 2020. godine u školama na području Osječko-baranjske županije, a potom je, uslijed zatvaranja škola zbog pandemije, pripremljen online upitnik pomoću programa Google Forms te je uzorak proširen na učitelje iz drugih županija.

Upitnik se sastoji od 15 pitanja, od kojih ćemo analizirati samo nekoliko vezanih uz cilj istraživanja. Osvrnut ćemo se na pitanja koja će nam dati sliku o vrstama didaktičkih materijala koje učitelji najčešće koriste u nastavi matematike te razlozima koji bi motivirali učitelje na češće korištenje istih. Dobiveni su podatci obrađeni u programu Excel.

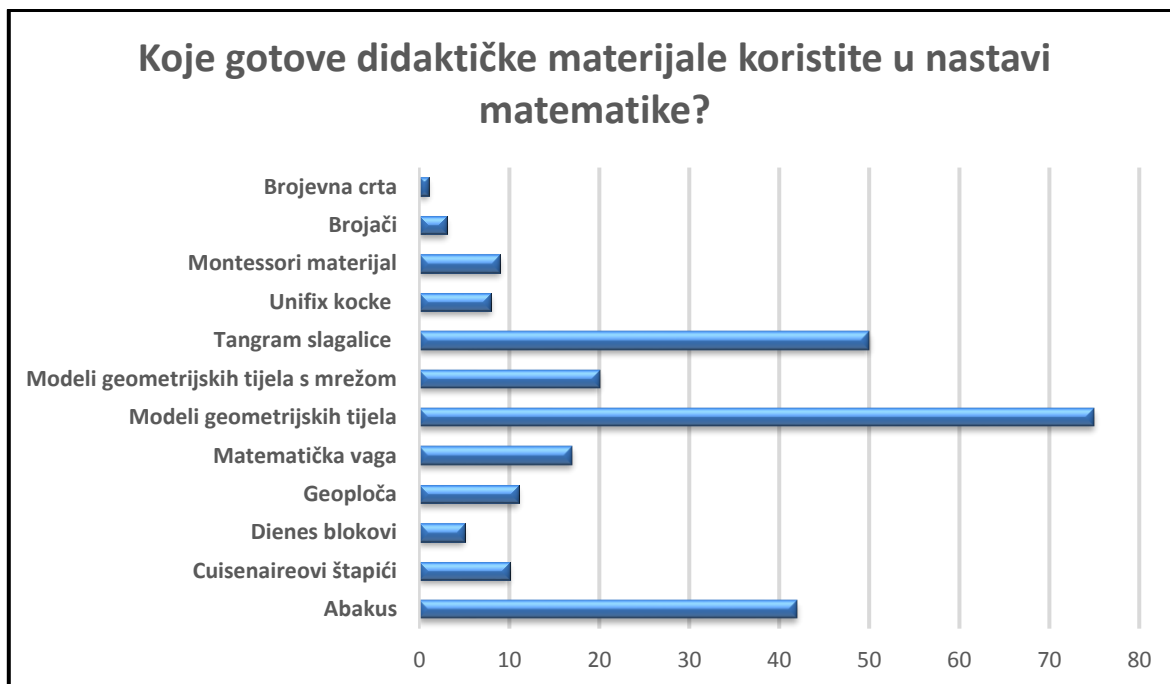
6. REZULTATI I RASPRAVA

Najprije ćemo analizirati 4. pitanje u upitniku koje glasi *Kakve didaktičke materijale koristite u nastavi matematike?* Ispitanicima su ponuđeni odgovori: gotovi (kupljeni) didaktički materijali, samostalno izrađeni didaktički materijali i virtualni didaktički materijali. Ispitanici su mogli odabrati više odgovora, kao i ponuditi vlastiti odgovor. Na Grafu 1 vidimo dobivene podatke u vezi s ovim pitanjem. Za gotove didaktičke materijale bilo je 68 odgovora (85%), 61 za virtualne (76.3%) te 58 (72.5%) za samostalno izrađene didaktičke materijale. Od toga, 37 je ispitanika odabralo sve tri ponuđene vrste, 13 njih je odabralo gotovi i virtualni didaktički materijal, a 6 samostalno izrađeni i virtualni didaktički materijal. Samo gotovi didaktički materijal odabralo je 6 osoba, virtualni didaktički materijal odabrale su 4 osobe te samostalno izrađeni didaktički materijal 1 osoba.



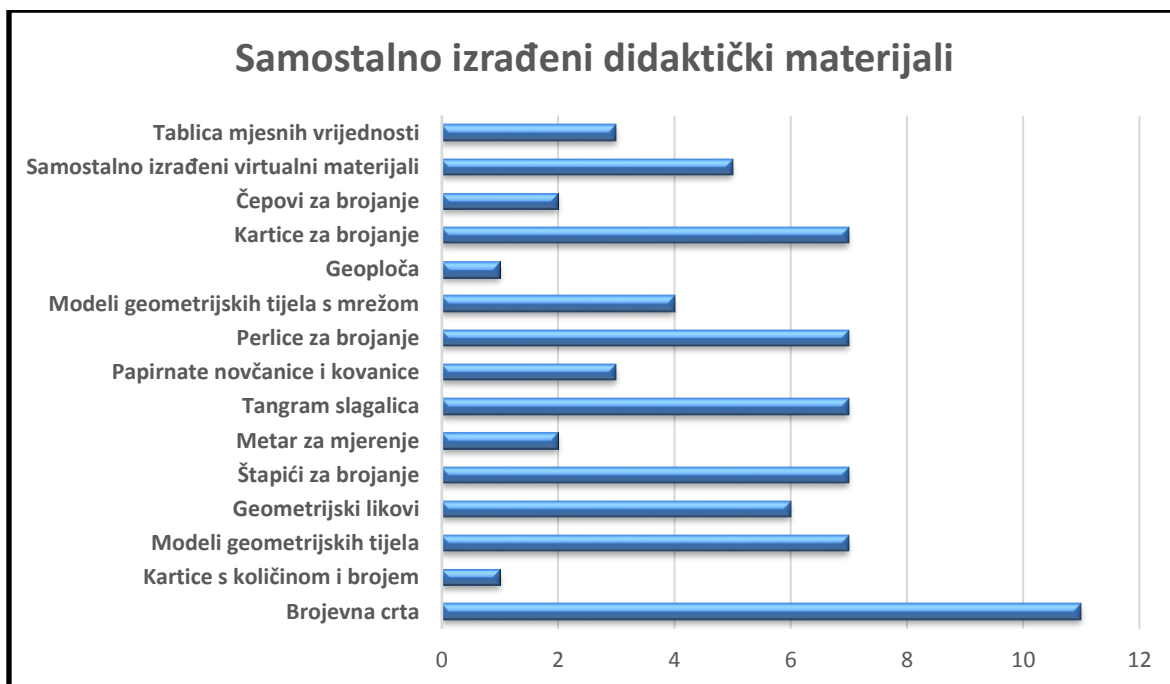
Graf 1. Broj odgovora s obzirom na 4. pitanje u upitniku

Sljedeće smo željeli saznati koje gotove didaktičke materijale učitelji najčešće koriste u nastavi matematike. Ponuđeni su sljedeći odgovori: abakus, Cuisenaireovi štapići, Dienes blokovi, geoploča, matematička vaga, modeli geometrijskih tijela, modeli geometrijskih tijela s mrežom, Montessori materijal, tangram slagalice, Unifix kocke. Ispitanici su mogli odabrati više odgovora, kao i ponuditi vlastiti odgovor. Isto tako, ukoliko je odgovor bio Montessori materijal bilo je potrebno navesti koji. Na Grafu 2 vidimo dobivene podatke. Najviše je ispitanika odgovorilo da koristi modele geometrijskih tijela (93.8%), tangram slagalice (62.5%) i abakus (52.5%). Od predloženih materijala najmanje se koriste Dienes blokovi (6.3%) i Unifix kocke (10%). Montessori materijal koristi 9 (11.3%) ispitanika, a najčešći su odgovori bili perle za brojanje, prutovi, ploča za množenje i ploča za dijeljenje, veliki i mali abakus.



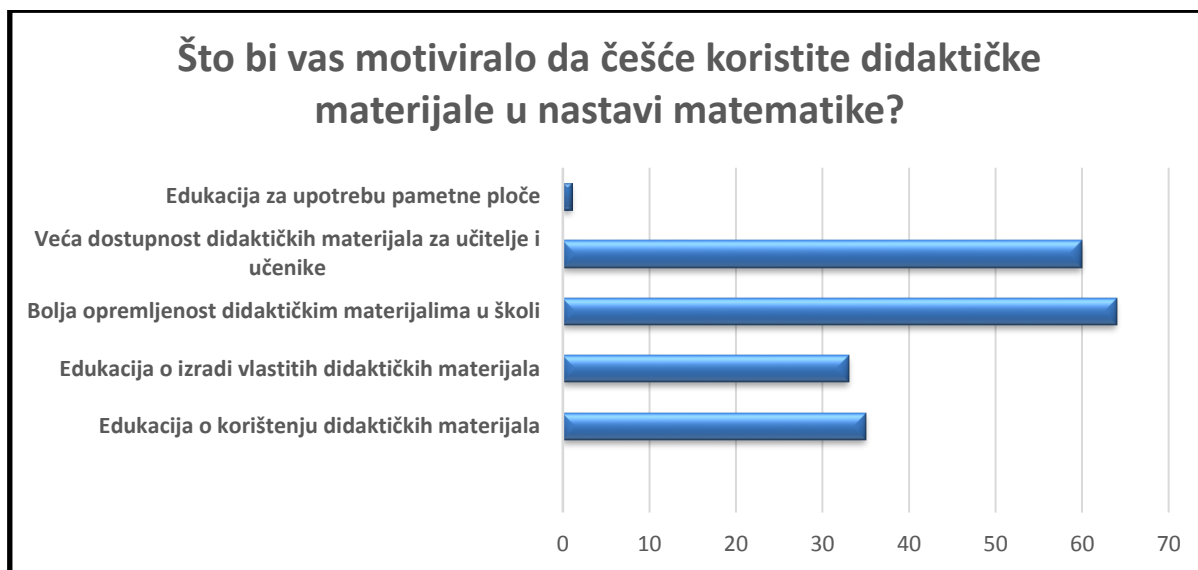
Graf 2. Broj odgovora s obzirom na 5. pitanje u upitniku

U sljedećem smo pitanju željeli istražiti kakve didaktičke materijale učitelji samostalno izrađuju i u koju svrhu. Dobivene odgovore podijelili smo u nekoliko skupina koje možemo vidjeti na Grafu 3. Najčešće su dobiveni odgovor bili brojevnna crta, tangram, geometrijska tijela i likovi. Česti su odgovori bili različiti brojači, poput perlica, kartica, čepova i štapića.



Graf 2. Broj odgovora s obzirom na 6. pitanje u upitniku

Kao posljednje pitanje postavili smo *Što bi vas motiviralo da češće koristite didaktičke materijale u nastavi matematike?* Kao ponudene odgovore ispitanici su dobili: edukacija o korištenju didaktičkih materijala, edukacija o izradi vlastitih didaktičkih materijala, bolja opremljenost didaktičkim materijalima u školi te veća dostupnost didaktičkih materijala za učitelje i učenike. Ispitanici su mogli odabrati više odgovora, kao i ponuditi svoj odgovor. Na Grafu 3 prikazan je broj odgovora s obzirom na ovo pitanje. Najveći broj ispitanika (80%) smatra da bi škole trebale biti bolje opremljene s didaktičkim materijalima.



Graf 3. Broj odgovora s obzirom na 15. pitanje u upitniku

Svi su ispitanici potvrdili da u nastavi matematike koriste didaktičke materijale. S obzirom na vrstu didaktičkog materijala (gotovi, virtualni ili samostalno izrađeni), gotovo je podjednak postotak korištenja svih. Kupljeni didaktički materijali neznatno prednjače, međutim mali broj učitelja koristi poznate gotove didaktičke materijale za usvajanje pojma broja poput Cuisenaireovih štapića, Dienes ili Stern blokova.

ZAKLJUČAK

Ovim radom željeli smo pokazati značaj korištenja didaktičkih materijala u nastavi matematike, posebice zbog kognitivnog razdoblja u kojem se učenici razredne nastave nalaze. Vizualizacijom i konkretizacijom učenici će usvojiti apstraktne matematičke pojmove s razumijevanjem i dobiti trajnija, primjenjivija znanja. Uz to, njihovo korištenje djeluje na motivaciju učenika i spremnost za učenje matematičkih sadržaja.

Provedeno istraživanje pokazalo je da učitelji razredne nastave rado koriste didaktičke materijal u nastavi matematike. Podjednako koriste gotove (kupljene), virtualne te samostalno izrađene didaktičke materijale. Upitnikom smo dobili saznanja o najčešćim samostalno izrađenim didaktičkim materijalima, u kojima prednjače brojevni pravci, tangram slagalice, modeli geometrijskih tijela i likovi te različiti brojači (štipci, perlice, kartice, čepovi). Nadalje smo spoznali da učenici rijetko koriste kvalitativni i kombinirani didaktički materijal, gotovi ili njima istovrsni samostalno izrađeni materijal, za usvajanje pojma broja i računskih operacija. Isto tako, učitelji bi željeli da su didaktički materijali dostupniji unutar škola te smatraju da je potreba dodatna edukacija o njihovom korištenju.

Nerijetko je mišljenje da su didaktički materijali skupi, a škole nedovoljno opremljene istima. Osim toga, pripremanje materijala i korištenje unutar sata može biti dugotrajno. Unatoč ponekim preprekama, više je prednosti njihovog korištenja. Negativni aspekti korištenja didaktičkih materijala jednostavno se mogu premostiti. Kreativni učitelj pronaći će načine kako bi učenicima predstavio matematički koncept. To mogu biti predmeti iz okoline, korištenje vlastitog tijela ili samostalno napravljeni materijali koji će biti u službi vizualizacije apstraktnog pojma. Ovim radom želimo potaknuti na korištenje didaktičkih materijala, kao i na izradu vlastitih. Također, internet danas nudi mnoštvo sadržaja kojim se učitelji mogu educirati po pitanju korištenja didaktičkih materijala ili primijeniti virtualni didaktički materijal.

Korištenje didaktičkih materijala trebao bi biti neizostavan dio u nastavi matematike. Njihovim manipuliranjem učenici će promišljati o konceptima koje istražuju, preispitivati svoje znanje i samostalno dolaziti do novih kreativnih rješenja. Samo učenje u kojem povezujemo, analiziramo i ulazimo u „dubinu“ sadržaja dovodi do trajnog znanja koja se može nadograđivati.

*„If I tell you something - you never think.
If I ask you something, you may start to think.
If you ask yourself something - you may never stop thinking.“
The Science Nomad*

LITERATURA

1. Berk, L. (2015). *Dječja razvojna psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
2. Bežen, A., Jelavić F., Kujundžić, N., Pletenac V. (1993). *Osnove didaktike*. Zagreb: Školske novine.
3. Britton, L. (2000). *Montessori učenje kroz igru: priručnik za roditelje za djecu od 2 do 6 godina*. Zagreb: Hena com.
4. Corn, P. (2015). *Cuisenaire štapići* (Diplomski rad), dostupno 15. 7. 2020. na: <http://www.mathos.unios.hr/~mdjumic/uploads/diplomski/COR17.pdf>
5. Glasnović Gracin, D. i Jerec, H. (2012). Stern blokovi. *Matematika i škola*, 64(13), 154-159.
6. Glasnović Gracin, D. (2012). Upotreba konkretnih materijala u razrednoj nastavi matematike. U I. Ivanšić, P. Mladinić, R. Svedrec (ur.), *Zbornik radova - Peti kongres nastavnika matematike* (str. 197-202). Zagreb: Profil.
7. Hunt, A. W., Nipper, K. L. i Nash L. E. (2011). Virtual vs. Concrete Manipulatives in Mathematics Teacher Education: Is One Type More Effective Than the Other? *Current Issues in Middle Level Education*, 16(2), 1-6.
8. Jukić, Lj. (2009). Matematičke slagalice. *Osječki matematički list*, 9, 13-20, dostupno 30.9.2020. na: https://hrcak.srce.hr/index.php?show=clanak&id_clanak_jezik=67178
9. Kelly, C. (2006). Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance-Based Analysis Performance-Based Analysis, *The Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184-193.
10. Loparić, S. (2012). Učenje ili igra u nastavi matematike. U I. Ivanšić, P. Mladinić, R. Svedrec (ur.), *Zbornik radova - Peti kongres nastavnika matematike* (str. 313-321). Zagreb: Profil.
11. Kurnik, Z. (2001a). Metodika uvođenja novih pojmova, *Matematika i škola*, 12, 55-59, dostupno 15.8. 2020. na: <https://mis.element.hr/list/4/broj/12/clanak/142/metodika-uvodenja-novih-pojmova>
12. Kurnik, Z. (2001b). Matematički pojam, *Matematika i škola*, 11, 8-16, dostupno 15.8.2020. na: <https://mis.element.hr/list/4/broj/11/clanak/140/matematicki-pojam>
13. Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa.
14. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
15. Marshall, L., Swan, P. (2008). *Exploring the Use of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is?* Dostupno 15. 8. 2020. na:

<https://ro.ecu.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?referer=&httpsredir=1&article=1032&context=ceducom>

16. Matijević, M. (2001). *Alternativne škole: didaktičke i pedagoške koncepcije*. Zagreb: Tipex.
17. Milobara, M. (2015). *Poteškoće u učenju matematike* (Diplomski rad), dostupno 17. 7. 2020. na:
<https://repositorij.foozos.hr/islandora/object/foozos%3A1185/datastream/PDF/view>
18. Miklec, D., Jakovljević Rogić, S., Prtaljin, G., Binder, S., Mesaroš Grgurić, N. i Veljić, J. (2014). *Moj sretni broj 4 udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
19. Perić, A. (2009). Montessori iz prve ruke, *Matematika i škola*, 51(11), 12-20.
20. Sharma, M.C. (2001). *Matematika bez suza*. Lekenik: Ostvarenje.

Izjava o samostalnoj izradi rada

Izjavljujem da sam ja, Jelena Kišosondi, samostalno izradila diplomski rad s naslovom *Upotreba didaktičkih materijala u razrednoj nastavi matematike* uz mentorstvo izv. prof. dr. sc. Ružice Kolar-Šuper i sumentorstvo dr. sc. Ane Katalenić.