

Aktivnosti za razvoj vještine brojanja kod djece

Tomić, Ivana

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Education / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:141:877696>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-01**



Repository / Repozitorij:

[FOOZOS Repository - Repository of the Faculty of Education](#)



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Ivana Tomić

AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA KOD DJECE

ZAVRŠNI RAD

Slatina, 2024

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Prijediplomski sveučilišni studij Ranoga i predškolskoga odgoja i obrazovanja

AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA KOD DJECE

ZAVRŠNI RAD

Predmet: Matematika u igri i razonodi

Mentor: prof. dr. sc. Ružica Kolar-Šuper

Studentica: Ivana Tomić

Matični broj: 0267049244

Slatina, srpanj, 2024.

SAŽETAK

Razvoj vještine brojanja kod djece predstavlja temelj ranog matematičkog obrazovanja i važan je za njihov cjelokupni kognitivni razvoj. Ova vještina pomaže djeci u razvijanju kritičkog mišljenja, rješavanju problema te logičkog zaključivanja, što su ključne sposobnosti za budući uspjeh u obrazovanju i svakodnevnom životu.

Proučavanje literature pokazuje da je brojanje složen proces koji djeca usvajaju kroz različite razvojne faze. Važnost rane izloženosti matematičkim konceptima, uloga učitelja i roditelja, te kvalitetni obrazovni programi od neizmjerne su važnosti za razvoj matematičkih sposobnosti. Djeca usvajaju matematičke sadržaje kroz stvarne situacije u poticajnoj okolini.

Kognitivni razvoj djece u kontekstu brojanja obuhvaća složene procese razumijevanja kvantitativnih odnosa, što djeca razvijaju kroz igru, interakcije s vršnjacima i odraslima te bogato okruženje. Djeca razvijaju osjećaj za količinu, primjenjuju osnovna načela brojanja poput jedan-na-jedan korespondencije, ordinalnosti, kardinalnosti, apstrakcije i irelevantnosti redoslijeda. Ova načela, zajedno s načelima konzervacije i reverzibilnosti, čine temelj za dječje razumijevanje brojeva i matematičkih koncepata.

U radu se razmatraju aktivnosti za razvoj brojanja uključujući brojalice, pjesmice, i interaktivne igre, kao i svakodnevne aktivnosti koje doprinose kognitivnom razvoju te razvoju matematičkih vještina.

Ključne riječi: brojanje, načela brojanja, predmatematičke vještine

SUMMARY

The development of counting skills in children forms the foundation of early mathematical education and is crucial for their overall cognitive development. This skill aids children in developing critical thinking, problem-solving, and logical reasoning abilities, which are essential for future success in both education and daily life.

A review of the literature reveals that counting is a complex process that children acquire through various developmental stages. The significance of early exposure to mathematical concepts, the role of teachers and parents, and high-quality educational programs is immeasurable in fostering mathematical abilities. Children grasp mathematical content through real-life situations in a stimulating environment.

The cognitive development of children in the context of counting encompasses intricate processes of understanding quantitative relationships, which children develop through play, interactions with peers and adults, and a rich environment. Children cultivate a sense of quantity and apply fundamental counting principles such as one-to-one correspondence, ordinality, cardinality, abstraction, and the irrelevance of order. These principles, along with the concepts of conservation and reversibility, constitute the foundation for children's understanding of numbers and mathematical concepts.

This paper discusses activities for developing counting skills, including counting rhymes, songs, and interactive games, as well as everyday activities that contribute to cognitive development and the enhancement of mathematical skills.

Keywords: counting, counting principles, pre-mathematical skills

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA KOD DJECE	3
2.1. Važnost brojanja u ranom razvoju	3
2.2. Psihološki i pedagoški aspekti učenja brojanja	5
2.3. Kognitivni razvoj djece u kontekstu brojanja.....	8
3. NAČELA BROJANJA.....	11
4. AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA.....	13
4.1. Interaktivne igre.....	17
4.2. Pjesmice i rime	17
4.3. Vizualna pomagala	22
4.4. Svakodnevne aktivnosti	26
5. ZAKLJUČAK.....	30
LITERATURA:	31
PRILOZI.....	33

1. UVOD

Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014) kao važan cilj navodi razvoj kompetencija djece. Među osam kompetencija koje su ključne za cjeloživotno učenje nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj kao jednu od njih navodi matematičku kompetenciju i osnovne kompetencije u prirodoslovlju. „Matematička kompetencija razvija se poticanjem djeteta na razvijanje i primjenu matematičkoga mišljenja u rješavanju problema, u različitim aktivnostima i svakidašnjim situacijama.“ (NKRPOO, 2014, str. 13)

Razvoj matematičkih vještina kod djece započinje od najranije dobi, a brojanje predstavlja jednu od najvažnijih i temeljnih vještina u tom procesu. Brojanje nije samo jednostavno izgovaranje brojeva u nizu, već uključuje razumijevanje osnovnih matematičkih principa kao što su kvantitativni odnosi, redoslijed i struktura. Učenje brojanja ima ključnu ulogu u kognitivnom razvoju djece, jer pomaže u razvijanju sposobnosti kritičkog mišljenja, rješavanja problema i logičkog zaključivanja. „Matematičke vještine ključne su za uspješno funkcioniranje u našem sve složenijem tehnološkom društvu.“ (Mix, Huttenlocher i Levine, 2002, str. 3).

Razumijevanje brojanja i njegovog razvoja kroz različite faze važni su za osmišljavanje učinkovitih obrazovnih programa koji potiču djecu na istraživanje i razumijevanje matematičkih koncepata. Prema istraživanjima Gelmana i Gallistela (1978) te Clementsa i Sarame (2009), djeca prolaze kroz složene razvojne faze prilikom usvajanja vještine brojanja. Ova istraživanja naglašavaju važnost ranog izlaganja matematici kroz igru, socijalne interakcije i bogato okruženje, kao i ulogu učitelja i roditelja u podršci dječjem razvoju.

Razvoj vještine brojanja kod djece je složen i višedimenzionalan proces koji zahtijeva sustavnu podršku i ciljane edukativne intervencije. Kroz primjenu učinkovitih pedagoških metoda i stvaranje stimulativnog obrazovnog okruženja, možemo značajno doprinijeti matematičkom i kognitivnom razvoju djece, postavljajući temelje za njihovo buduće obrazovanje i uspjeh.

Brojanje seže daleko u povijest. Vještinu brojanja povezujemo s početkom civilizacije kada možemo reći da je i začeta matematika. Prvotno u obliku prebrojavanja grla stoke ili ubranih plodova, zatim uvođenjem novca kao platežnog sredstva plaćanja (brojanje novčića). „Prvo matematičko znanje je bilo konkretno: brojanje ubranih plodova, stoke koja se čuvala; mjerenje

površina za navodnjavanje, pri gradnji nastamba, spomenika, grobnica; trgovci su brojali novac i mjerili i vagali robu.“ (Peteh, 2008, str. 11) Ti matematički problemi iz svakodnevnog života doveli su do razvoja aritmetike, znanosti o brojevima čije elemente možemo razumjeti tek nakon što steknemo vještinu brojanja odnosno shvatimo pojam broja.

Usvajanje vještine brojanja je složen proces. „Teže je raščlaniti proces učenja u početnim, nego u kasnijim fazama. Na primjer, brojanje je naizgled jednostavan proces, ali je zapravo silno složen.“ (Liebeck, 1995, str. 23) Stoga je važno djeci u vrtiću ponuditi dovoljan broj aktivnosti za razvoj ove vještine, kako bi se djeca mogla pravilno razvijati i stjecati nova znanja. Da bi djeca razvila vještinu brojanja treba im ponuditi poticajno okruženje koje će doprinijeti razvoju te vještine. Okruženje djeteta u vrtiću najsnažnije određuje kvalitetu učenja i djetetova iskustva. (Slunjski, 2008)

Dijete će vještine stjecati uz igru kroz baratanje predmetima te kretanjem prostorom.

2. RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA KOD DJECE

Razvoj vještine brojanja kod djece predstavlja temeljni aspekt ranog matematičkog obrazovanja i igra ključnu ulogu u njihovom cjelokupnom kognitivnom razvoju. Brojanje je mnogo više od pukog izgovaranja brojeva u nizu; ono uključuje razumijevanje osnovnih matematičkih principa. Razumijevanje brojanja kod djece omogućava im da razviju sposobnosti kritičkog mišljenja, rješavanja problema i logičkog zaključivanja, što su vještine ključne za njihov budući uspjeh u matematici i širem obrazovanju kao i za lakše snalaženje u svakodnevnim životnim situacijama.

Kroz istraživanja i teorije izložene u radovima Gelmana i Gallistela (1978) te Clements i Sarama (2009), postaje jasno da brojanje nije samo osnovna vještina, već složen proces koji djeca usvajaju kroz različite razvojne faze. Ovi autori naglašavaju važnost rane izloženosti matematičkim konceptima, ulogu učitelja i roditelja u procesu učenja, te utjecaj kvalitetnih obrazovnih programa na razvoj dječjih matematičkih sposobnosti. Da bi pomogli djetetu da razvije vještinu brojanja, „valja znati da djeca o matematičkoj dimenziji svijeta, tj. o svojoj okolini, najviše nauče u stvarnim situacijama, uronjena u tu okolinu, osobito ako je ta okolina poticajna i bogata raznovrsnim zanimljivim poticajima. Dijete razmišlja matematički u mnogim svakodnevnim situacijama, za koje nam često ne bi uopće palo na pamet da sadrže potencijal za učenje matematike.“ (Slunjski, 2003, str. 73)

Da bi mogli osmisliti i provesti aktivnosti za razvoj vještine brojanja moramo znati koje su spoznajne mogućnosti djeteta s kojim radimo. „Ostvarivanje razvojnih ciljeva i zadataka u suvremenom predškolskom kurikulumu s aspekta razvoja matematičkih pojmova zahtijeva dobro poznavanje osnovnih karakteristika razvoja predškolskog djeteta, načina na koji ono uči i prirodu svakog pojedinog matematičkog pojma koji se formira u ovoj dobi.“ (Marendić, 2009, str. 129)

2.1. Važnost brojanja u ranom razvoju

Razvijanje vještine brojanja kod djece ključno je za njihov cjelokupni kognitivni razvoj i budući uspjeh u matematici. Brojanje je temeljna matematička vještina koja igra važnu ulogu u

ranom razvoju djece. Usvajajući brojanje djeca razvijaju osnovne kognitivne vještine, uključujući pažnju, memoriju i logičko zaključivanje. Razumijevanje kvantitativnih odnosa i sposobnost prebrojavanja objekata omogućuju djeci stjecanje osnovnog razumijevanja brojeva. Važno je istaknuti da brojanje ima praktičnu vrijednost u svakodnevnim aktivnostima, te pomaže djeci da razumiju pojmove poput veće, manje i jednako te da organiziraju i strukturiraju informacije na smislen način. „Mala djeca vole razmišljati matematički. Postaju ushićeni vlastitim idejama i idejama drugih. Da bismo razvili cjelovito dijete, moramo razviti i matematičko dijete.“ (Clements i Sarama, 2009, str. 2).

Clements i Sarama (2009) potvrđuju važnost ranog učenja brojanja, dodajući da brojanje omogućava djeci razvijanje temeljnih matematičkih vještina koje su neophodne za kasniji uspjeh u matematici. Prema njihovom istraživanju, brojanje je povezano s razvojem razumijevanja relacija i operacija s brojevima. Oni naglašavaju važnost učenja po fazama, gdje djeca prvo usvajaju osnovne principe brojanja prije nego što pređu na složenije matematičke koncepte.

Clements i Sarama (2009) iznose da brojanje pomaže djeci da razviju razumijevanje osnovnih aritmetičkih operacija kao što su zbrajanje i oduzimanje, kroz brojanje djeca uče osnovne matematičke termine i konceptualne okvire i razvijaju matematički jezik. Vizualizacijom brojevnih odnosa djeca shvaćaju odnose između brojeva, što je važno da bi mogli rješavati probleme. Između ostalog vještina brojanja služi kao temelj za usvajanje množenja, dijeljenja te razlomaka. Također ističe se da strukturirano učenje koje se temelji na razumijevanju individualnih razvojnih puteva djece može značajno poboljšati njihovu sposobnost brojanja i kasnije matematičke vještine.

Gelman i Gallistel (1978) ističu da brojanje nije samo jednostavna memorijska vježba, već predstavlja ključni aspekt kognitivnog razvoja. Prema njima, brojanje uključuje nekoliko temeljnih principa koji omogućuju djeci da razviju razumijevanje brojeva i brojevnih odnosa.

Gelman i Gallistel (1978) kao i Clement i Sarama (2009) ukazuju na to da je brojanje vještina od neizmjerne važnosti u ranom razvoju djece. Razumijevanje i primjena principa brojanja omogućava djeci da izgrade čvrste temelje za buduće matematičko obrazovanje. Gelman i Gallistel (1978) te Clements i Sarama (2009), naglašavaju važnost ove vještine, iako iz nešto različitih perspektiva. Gelman i Gallistel (1978) fokusiraju se na prirodne, urođene sposobnosti i

razumijevanje osnovnih principa brojanja, dok Clements i Sarama (2009) ističu i baziraju se na važnosti strukturiranog učenja i razvojnih faza. Integracija ovih dviju perspektiva kroz igru i svakodnevne aktivnosti može pružiti sveobuhvatan pristup koji podržava dječji kognitivni razvoj te značajno doprinijeti dječjem matematičkom razvoju i pripremiti ih za složenije matematičke zadatke u budućnosti.

2.2. Psihološki i pedagoški aspekti učenja brojanja

Nepodijeljeno je mišljenje u teorijskim pristupima i odgojnoj praksi da „razvoj početnih matematičkih pojmova mora pratiti, odnosno biti u skladu s:

- razvojnim karakteristikama predškolske djece, odnosno prirodom tog razvoja, a posebno njihovog spoznajnog razvoja i
- karakteristikama procesa učenja predškolskog djeteta.“ (Marendić, 2009, str. 130)

Razumijevanje psiholoških i pedagoških aspekata učenja brojanja osnova je za razvoj učinkovitih strategija podučavanja koje pomažu djeci da usvoje i primijene matematičke koncepte. Clements i Sarama (2009) detaljno analiziraju kako djeca razvijaju brojanje kroz interakciju s okolinom i kroz strukturirane pedagoške metode. Njihov pristup naglašava važnost razumijevanja razvojnih faza djece i korištenje prilagođenih metoda poučavanja koje podržavaju individualne potrebe svakog djeteta. Kroz prepoznavanje razvojnih potreba djece, korištenje prilagođenih metoda poučavanja i stvaranje pozitivnog okruženja za učenje, učitelji i roditelji mogu značajno doprinijeti razvoju matematičkih vještina kod djece. Pružanje bogatog i poticajnog okruženja koje podržava razvoj brojanja može značajno doprinijeti kognitivnom razvoju djece i njihovom kasnijem akademskom uspjehu (Clements i Sarama, 2009).

Psihološki aspekti učenja brojanja uključuju kognitivne procese poput percepcije, pažnje, memorije i apstraktnog mišljenja. Djeca kroz brojanje razvijaju sposobnost prepoznavanja uzoraka i povezivanja brojeva s konkretnim objektima. Prema Clementsu i Sarami (2009), djeca prirodno razvijaju razumijevanje brojanja kroz igru i svakodnevne aktivnosti. Oni ističu da je važno prepoznati i podržati dječje prirodne sklonosti prema matematičkom razmišljanju. Jedan od važnih psiholoških aspekata učenja brojanja je razvoj vještine brojanja kroz socijalnu interakciju. Isto

ističu i Gelman i Gallistel (1978). Djeca često uče brojanje kroz igru s drugom djecom i interakcije s odraslima. Ove interakcije omogućuju djeci da promatraju ponašanje drugih, uče kroz imitaciju i primaju povratne informacije, pri čemu razvijaju procese kao što je percepcija, memorija i pažnja, koje im pomažu da usvoje i poboljšaju svoje vještine brojanja. Socijalna interakcija igra veliku ulogu u razvoju razumijevanja brojanja, jer djeca kroz ove interakcije stječu iskustva i znanja koja su im potrebna za razumijevanje pojma broja kao i samog brojanja (Gelman i Gallistel, 1978).

Emocionalni aspekti također igraju važnu ulogu u usvajanju brojanja. Djeca koja imaju pozitivan stav prema matematici i osjećaju se kompetentno i sigurno u svojoj vještini brojanja, vjerojatnije će biti motivirana za učenje i istraživanje matematičkih pojmova. Clements i Sarama (2009) ističu da je važno stvarati pozitivno i poticajno okruženje koje razvija dječji interes i entuzijazam za matematiku. „Učitelji uživaju u napretku razmišljanja i naučenog kod djece koje je potaknulo visokokvalitetno matematičko obrazovanje.“ (Clements i Sarama, 2009, str. 2). Što nas dovodi to povezanosti psiholoških i pedagoških aspekata u učenju brojanja.

Pedagoški aspekti učenja brojanja uključuju strategije i metode koje učitelji koriste kako bi podržali dječje učenje. Clements i Sarama (2009) razvili su pristup temeljen na "learning trajectories" (putanje učenja), koji uključuje jasno definirane faze razvoja matematičkih vještina. Prema njima, važno je prilagoditi metode poučavanja kako bi se zadovoljile individualne potrebe i stilovi učenja svakog djeteta. „Dobri učitelji mogu odgovoriti na ovaj izazov koristeći alate temeljene na istraživanju.“ (Clements i Sarama, 2009, str. 2).

Kombinacija različitih metoda poučavanja, uključujući verbalna objašnjenja, vizualne prikaze i praktične aktivnosti, najefikasnija je za razvoj matematičkih vještina kod djece. Ovi pristupi omogućuju djeci da bolje razumiju i primijene matematičke koncepte jer im pružaju da na matematiku gledaju iz različitih perspektiva i uz različite načine učenja. Iznimno je važno koristiti različite metode kako bi se osiguralo da svi učenici imaju priliku razumjeti i usvojiti vještine brojanja, te poticati kontinuirani razvoj brojanja kroz sustavne i pažljivo osmišljene aktivnosti koje prate razvojne faze djece. (Clements i Sarama, 2009)

Dijete provodi puno svoga vremena s odgojiteljem u vrtiću. Stoga, odgojitelj može imati veliki utjecaj na djetetov razvoj pa tako i na razvoj vještine brojanja. Odgojitelj bi trebao biti taj koji će pomoći djetetu da svoje postojeće znanje nadograđuje (Vlahović-Štetić, 2009). Ali „uloga odgojitelja ne sastoji se u prenošenju gotovih znanja, on je tu da pomogne djetetu da samo izgradi

svoje znanje i to tako što će voditi njegovo iskustvo.“ (Kamii, 1971, Prentović-Sotirović, 1998, prema Marendić, 2009, str. 133)

U literaturi se ističe da djeca uče kroz igru, ali i da tu igru trebamo prilagoditi djetetovim sposobnostima. Područje matematike na različite načine je uključeno u sve dječje aktivnosti tijekom dana. „Za učinkovit proces odgoja i obrazovanja važno je već u predškolskom razdoblju da stručnjaci vode računa o djetetovim karakteristikama, te da se samo njima prilagođavaju. Važno je da u svoje planirane aktivnosti uključe različite stilove učenja i poučavanja. Djeca usvajaju više pri učenju matematike ako međusobno surađuju, ako komuniciraju sa stručnjacima, nego ako uče samostalno.“ (Gregurić, 2022, str. 4-5) Iz ovoga proizlazi da je odgojitelj vrlo važna osoba u dječjem životu koji svojim radom i prilagodbom aktivnosti i komunikacijom s djetetom pruža djetetu mogućnost daljnjeg razvoja i napredovanja. U svom radu odgojitelj treba biti svjestan djetetove „sljedeće faze razvoja“. „Ispitivanje pokazuje da zona sljedećeg razvoja ima neposrednije značenje za dinamiku intelektualnog razvitka i uspjeh negoli aktualna razina njihovog razvitka.“ (Vigotski, 1983, Marendić, 2009, str. 134) U suradnji dijete lakše i brže uči te će uvijek više moći učiniti u suradnji nego samostalno. Također vrijedi i da će dijete ono što je danas sposobno učiniti u suradnji kasnije moći i samo.

Marendić također ističe „dječji razvoj treba se zbivati u okviru igrovne ili praktične aktivnosti djeteta, a uloga odgojitelja je da organizira i aranžira sredinu i da utječe tako da pobuđuje i održava aktivnost djeteta/djece.“ (Marendić, 2009, str. 135) S istim nas upoznaje i Gregurić. Djeca lakše i brže uče uz poticajno okruženje i pri tome treba uzeti u obzir da ono bude zanimljivo djeci. Odgojitelj treba biti upoznat sa spoznajnim razvojem djeteta određene dobi kao i trenutnom zonom razvoja djeteta. Kvaliteta aktivnosti i prilagođenost dobi djeteta važan je čimbenik uspješnosti razvoja vještine brojanja kod djece. „Djeca predškolske dobi u vrtiću imaju mnogo mogućnosti za učenje matematike i to se često javlja kao aktivnost u vrtićima jer nas matematika prati posvuda. Važno je djeci omogućiti takve aktivnosti u vrtiću, gdje će moći vježbati matematiku kako u igricama tako i u raznim dnevnim aktivnostima. Područje matematike može se uključiti u širok raspon aktivnosti. Ove aktivnosti potiču dijete na stjecanje novih iskustava, vještina i znanja o raznim matematičkim sadržajima u igri ili raznim svakodnevnim zadacima. Na taj način dijete uči i razlikuje što je veliko, a što malo, što je više, a što manje, također razlikuje

po čemu su stvari slične, a po čemu se stvari međusobno razlikuju, uči o različitim oblicima i zna ih razlikovati.“ (Gregorić, 2022, str. 2)

Premda i u matematici imamo pojmova koje je nužno zapamtiti (kao imena brojeva) kako bi mogli razumjeti matematičke sadržaje i rješavati probleme prvenstveno treba biti sposoban razmišljati, zaključivati, prepoznavati odnose te je stoga neophodno djecu poticati na razmišljanje i donošenje zaključaka. “Uključenost odgajatelja u istraživačke aktivnosti djece trebala bi biti usmjerena na poticanje djece na razmišljanje i samostalno rješavanje problema, a ne na poučavanje djece matematičkim sadržajima.” (Slunjski, 2008, str. 37)

Iz svega navedenog možemo zaključiti da odgojitelj može biti ključna osoba u djetetovu razvoju vještine brojanja kao i u razvoju svih ostalih vještina.

2.3. Kognitivni razvoj djece u kontekstu brojanja

U raznoj literaturi pronalazimo da razvoj brojanja kod djece nije samo proces mehaničkog učenja redoslijeda brojeva, već da uključuje složene kognitivne procese koji pomažu djeci da razumiju kvantitativne odnose i logiku brojeva. Kroz različite interakcije i iskustva, djeca razvijaju sposobnosti koje su ključne za njihov cjelokupni kognitivni razvoj. „Spoznajni (kognitivni razvoj) odnosi se na mentalne procese pomoću kojih dijete pokušava razumjeti i sebi prilagoditi svijet koji ga okružuje.“ (Starc i sur., 2004, str. 20)

Kognitivni razvoj djece uključuje postupne promjene u njihovim sposobnostima mišljenja, razumijevanja i rješavanja problema. U kontekstu brojanja, djeca prolaze kroz različite faze razvoja, počevši od prepoznavanja i imenovanja brojeva, preko prebrojavanja objekata, do razumijevanja složenijih matematičkih koncepata. Razvoj vještine brojanja omogućuje djeci da rješavaju matematičke zadatke. Kroz usvajanje vještine brojanja, djeca razvijaju sposobnost mentalne reprezentacije brojeva i kvantitativnih odnosa što doprinosi kognitivnom razvoju. Prema Mix, Huttenlocher i Levine (2002), pružanje bogatog i poticajnog okruženja koje podržava razvoj brojanja može značajno doprinijeti kognitivnom razvoju djece i njihovim boljim rezultatima u daljnjem obrazovanju. Kognitivni razvoj djece u kontekstu brojanja odražava se u njihovoj sposobnosti da razviju složenije matematičke vještine i konceptualno razumijevanje kroz brojne

interakcije i iskustva. Kroz igru i istraživanje, djeca spontano usvajaju matematičke ideje koje su im prirodne i motivirajuće.

Mix, Huttenlocher i Levine (2002) ističu da je razumijevanje brojanja temeljno za razvoj kvantitativnog mišljenja kod djece. Prema njima, djeca već u vrlo ranoj dobi pokazuju sposobnost razumijevanja osnovnih količinskih koncepata. Također ističu da istraživanja pokazuju da djeca već u dobi od nekoliko mjeseci mogu razlikovati različite količine i reagirati na promjene u broju objekata. Isto, naglašavaju da dječje razumijevanje brojeva i količina počinje s približnim osjećajem ukupne količine, a ne sa shvaćanjem konkretnog pojma broja. Navode kako dojenčad i mala djeca započinju s približnim osjećajem za količinu, koji postupno postaje precizniji, a ova neverbalna kvantifikacija postavlja temelje za kasnije vještine povezane s brojevima. U nastavku nas upoznaju kako prijelaz s neverbalnog na verbalno prepoznavanje broja i pojma količine nije uvijek jednostavan. Djeca često koriste jednostavno brojanje napamet prije nego što u potpunosti shvate što ono uopće predstavlja. S vremenom pravila, koja je dijete pojmlilo do tada, se integriraju s drugim kognitivnim vještinama, čime se poboljšava djetetovo razumijevanje broja i brojanja. U daljnjem razvoju kako djeca rastu, usvajaju specifična načela brojanja kao što su jedan-prema-jedan korespondencija, ordinalnost i kardinalnost. Autori ističu da ova načela djeci pomažu da bolje razumiju i koriste brojeve (Mix, Huttenlocher, & Levine, 2002).

Istraženo je da djeca već oko 6 mjeseci starosti mogu razlikovati skupove s dva, tri ili četiri elementa dok one sa više ne mogu međusobno razlikovati (prema Klein i Starkey, 1987, Vlahović-Štetić, 2009). U dobi od približno tri godine dijete razvije sposobnost brojenja te to pomaže da dijete usvoji pojam broja (Muter i Likerman, 2007).

Spoznajni razvoj djeteta o broju prema Starc i sur. (2004) ima ovakav tijek:

- Dijete između dvije i tri godine ima osjećaj za količinu do 3, razlikuje jedan ili malo od mnogo te 1 od 2.
- Između tri i četiri godine broji uz pokazivanje prvo dva predmeta a potom tri, mehanički može brojati do 10 i primjenjuje neka načela brojanja kao što je načelo pridruživanja jedan-prema-jedan, pri čemu jedan naziv pridružuje samo jednom predmetu kod brojanja, te načelo ordinalnosti čak i u slučaju kada krivo broji (npr. 1, 2, 4, 7...).

- U razdoblju od četvrte do pete godine pojavljuje se načelo glavnog ili kardinalno načelo odnosno dijete shvaća da je ime posljednjeg broja pri prebrojavanju niza ujedno i količina predmeta odnosno ukupan broj predmeta koji se nalaze u tom nizu. U tom periodu javlja se i načelo apstrakcije što znači da se prethodno razvijena načela mogu primijeniti, bez obzira na heterogenost predmeta, na bilo koji skup predmeta. Uz pravilno pokazivanje predmeta u toj dobi dijete broji 4 predmeta, a mehanički bez pokazivanja broji do 10 ili više.
- U dobi od pet do šest godina pokazuje se daljnji razvoj prethodno navedenih načela i usavršava brojanje. Broji od 4 do 12 elemenata uz pravilno pokazivanje, a mehanički broji više od 10. Od šeste do sedme godine nastavlja se usavršavanje prethodno usvojenih načela, uz pokazivanje broji do 10-13, a mehanički broji do 30, zna odrediti za 1 više ili manje te rješava zadatke zbrajanja i oduzimanja do 10 na konkretnim materijalima (Starc i sur., 2004).

Poznavanje prethodno navedenog, omogućuje nam da pravilno izaberemo aktivnosti koji ćemo provoditi s djecom. Naravno da pritom moramo imati i na umu „da zona sljedećeg razvoja ima neposrednije značenje za dinamiku intelektualnog razvoja i uspjeh negoli aktualna razina njihovog razvoja.“ (Vygotski, 1983; Marendić, 2009, str. 134) Uvijek trebamo imati u vidu da dijete zbog manjka iskustava kao i zbog djetetovih kognitivnih, spoznajnih, emocionalnih i ostalih mogućnosti koje su još u razvoju svijet oko sebe doživljava na drugačiji način od odraslih osoba. Različite zadatke rješavaju na drugačiji način djeca mlađe dobi od djece starije dobi i odraslih što ne znači da u nekim situacijama nisu sposobni riješiti i zadatke za koje mi mislimo da su preteški za njih i da ih oni ne shvaćaju. Gelman i Gallistel (1978) smatraju da su kognitivne sposobnosti djeteta podcijenjene. Dijete ne smijemo preopteretiti kako ne bi izgubilo zanimanje, ali ga trebamo poticati i podizati ljestvicu kako bi dijete došlo do nove spoznaje i do daljnjeg razvoja.

3. NAČELA BROJANJA

Kroz opsežna istraživanja i eksperimente usmjerene na razumijevanje kako djeca razvijaju koncept broja Gelman i Gallistel (1978) dokazali su da brojanje nije samo mehanički proces izgovaranja brojeva, već uključuje razumijevanje određenih principa koji omogućuju djeci da pravilno broje i razumiju kvantitete. Na temelju svojih nalaza, razvili su teorijski okvir koji objašnjava kako se kod djece odvija prirodan razvoj razumijevanja brojeva. „Djetetova sposobnost brojanja vođena je nizom načela brojanja. Ta načela čine shemu koja i usmjerava i motivira razvoj vještine brojanja.“ (Gelman i Gallistel 1978, str. 243) Pet temeljnih načela brojanja koja djeci pomažu u razumijevanju i primjeni brojanja u različitim kontekstima koje su identificirali Gelman i Gallistel (1978) su:

1. **Jedan-na-jedan korespondencija:** Svaki objekt u skupu treba biti povezan s jednim i samo jednim brojem iz brojevnog niza. Ovaj princip pomaže djeci da shvate da svaki broj predstavlja određenu količinu i da se brojevi ne smiju ponavljati ili preskakati tijekom brojanja.
2. **Ordinalnost:** Brojevi moraju biti uvijek izgovarani u istom, točno definiranom redoslijedu. Djeca uče da je redoslijed brojeva fiksna i da ne može biti proizvoljno mijenjan.
3. **Kardinalnost:** Zadnji izgovoreni broj u procesu brojanja predstavlja ukupan broj objekata u skupu. Ovaj princip pomaže djeci da povežu proces brojanja s rezultatom brojanja, tj. ukupnom količinom.
4. **Apstrakcija:** Brojanje se može primijeniti na bilo koji skup objekata, bez obzira na njihovu prirodu ili vrstu. Djeca uče da brojanje nije ograničeno samo na fizičke objekte već se može primijeniti i na apstraktne kategorije.
5. **Redoslijed ne utječe na brojanje (princip irelevantnosti redoslijeda):** Objekti se mogu brojati u bilo kojem redoslijedu, a ukupan broj objekata ostaje isti. Može se početi brojati od bilo kojeg objekta. Nije bitno koji se objekt broji kao prvi ili zadnji objekt. Uvijek će biti isti broj objekata. Djeca uče da je ukupan broj objekata u skupu neovisan o redoslijedu u kojem su objekti prebrojani.

Uz gore navedene, Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) među temeljnim matematičko-logičkim načelima ili principima koja djeca moraju svladati kako bi razumjela što znači

brojiti navode još dva načela o kojima je u svojoj kognitivnoj teoriji govorio i Jean Piaget, a to su:

Načelo konzervacije – broj predmeta u skupu neovisan je o prostornom rasporedu

Načelo reverzibilnosti – koje promjene utječu na količinu, a koje ne; razumijevanje reverzibilnog odnosa zbrajanja i oduzimanja - ako nekom skupu dodamo i oduzmemo isti broj, stanje se ne mijenja ($5+2-2=5$)

Ova načela zajedno čine temelj za razvoj dječjeg razumijevanja brojeva i brojevnih odnosa. Kroz iskustvo i praksu, djeca usvajaju ove principe i koriste ih za razvijanje složenijih matematičkih vještina.

4. AKTIVNOSTI ZA RAZVOJ VJEŠTINE BROJANJA

Pri organiziranju i osmišljavanju aktivnosti “valja znati da djeca o matematičkoj dimenziji svijeta, tj. o svojoj okolini, najviše nauče u stvarnim situacijama, uronjena u tu okolinu, osobito ako je ta okolina poticajna i bogata raznovrsnim zanimljivim poticajima. Dijete razmišlja matematički u mnogim svakodnevnim situacijama, za koje nam često ne bi uopće palo na pamet da sadrže potencijal za učenje matematike.” (Slunjski, 2003, str. 73) Stoga je važno djeci u vrtiću ponuditi dovoljan broj aktivnosti za razvoj ove vještine, kako bi se djeca mogla pravilno razvijati i stjecati nova znanja i kako im bavljenje matematikom ne bi predstavljalo teškoću. Okruženje djeteta u vrtiću najsnažnije određuje kvalitetu učenja i djetetova iskustva (Slunjski, 2008)

Čitanjem priča djecu također možemo upoznati te im približiti pojam broja. Osim „Snjeguljice i sedam patuljaka“, „Tri praščića“, „Vuk i sedam kozlića“ ima i jedna vrlo zanimljiva i korisna priča za konkretno učenje i povezivanje brojevnog slijeda koju možemo pronaći na You Tube-u, a zove se “Jare koje je znalo brojati do 10“ i glasi ovako:

Bilo jednom jare koje je naučilo brojati do 10. Došlo je do bare, pogledalo svoj lik u bari i reklo;

– Jedan!-

To je čulo tele i upitalo:

- Što to radiš? –

- Brojim sebe.- odgovori jare.- Hoćeš li da i tebe prebrojim?-

- O ne!- reče tele.- Možda to boli!-

Ali jare počne brojati:

- Ja sam jedan, ti si dva. Jedan, dva!-

- Majko!- zavapi tele i počne plakati.

Nato dođe teletova majka koja je bila krava predvodnica.

- Zašto plačeš?- upita krava predvodnica.

- Jare me broji.- zameče tele.

- A što je to?- upita krava.

- Ja brojim.- reče jare.- Evo ovako: Ja sam jedan, tele je dva, a ti si tri.

Jedan, dva, tri!-

Krava se strašno razljutila.

- Naučit ću ja tebe brojati mene i moje tele!

I oboje potrčaše za jaretom. Tako stignu do vola.

- Zašto gonite ovo malo jare?- upita vol.

- Ono nas broji!- viknu na glas krava i tele.

- Što to radiš?- začudi se vol.

- Ja to radim ovako.- odgovori jare. Ja sam jedan, tele je dva, krava je tri, a ti si četiri. Jedan, dva, tri, četiri!-

Tada se i vol razljuti i potrči za jaretom. Stignu do konja.

-Što vam je jare skrivilo?- upita konj.

-Ali ja samo brojim!- branilo se jare. –Evo ovako: Ja sam jedan, tele je dva, krava je tri, vol je četiri, a ti si pet.

- Čekaj ti nevaljalče!- rasrdi se konj, te potrči za jaretom.

Stignu do svinje.

- Kamo se žurite?- upita svinja.

- Hoćemo uloviti jare!- viknu svi u glas. Ono nas broji.

- Kako to broji?- upita svinja.

- Posve jednostavno.- kaže jare. Ja sam jedan, tele je dva, krava je tri, vol je četiri, konj je pet, a ti si šest. Jedan, dva, tri, četiri, pet, šest!-

Sada i svinja potrči za jaretom. Stignu tako do rijeke. Odmah uz obalu stoji lađica, a u njoj mačka, pas, ovca i pijetao. Jare skoči s obale u lađicu, a sve ostale životinje za njim. Tada se otkine lanac od sidra i lađa zaplovi rijekom prema najvećoj dubini.

- U pomoć!- jaukne pijetao. Potonut ćemo! Lađica može držati najviše deset putnika. Ima li netko tko zna brojati?-

- Znam ja!- reče jare.

- Brzo nas prebroj, brzo, molim te!- stanu ga moliti sve životinje.

I jare počne:

- Ja sam jedan, tele dva, krava tri, vol četiri, konj pet, svinja šest, mačka sedam, pas osam, ovca devet i pijetao deset. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

- Onda se nećemo potopiti!- kliknu svi. Živjelo naše jare!-

Tako je jare ostalo kod lađice kao brojač. I svaki put kad bi trebalo nekog prevesti preko rijeke, stajalo je jare na obali i brojalo do 10.

Peteh naglašava važnost igre kao sastavnog dijela učenja u čemu se slaže većina stručnjaka "Igra je najprirodnija aktivnost djece, a istodobno i najprirodniji način učenja. Ona je istraživanje, zadovoljstvo, potreba, aktivnost u kojoj dijete razvija sebe i svoje emocije. Kroz igru se dijete socijalizira i humanizira, ulazi u svijet ljudske djelatnosti, uči pravila međuljudskih odnosa." (Peteh, 1998, str. 7) Da bi djeca naučila brojati djeca ne moraju znati sve brojeve, „ali ne mogu početi brojiti prije nego nauče nekoliko brojeva.“ (Liebeck, 1995, str. 24). Liebeck kaže i da djeca vole govoriti slijed brojeva kao „jedan, dva, tri, četiri“ i da ih treba poticati da taj slijed ponavljaju koliko god žele, te ih pustiti da broje do koliko god žele, jer iako dijete nema praktičnu potrebu za brojem kao što je dvadeset i osam, jednoga dana djetetu će dobro doći spoznaja da on dolazi poslije dvadeset i sedam.

Dječja aktivnost je temelj za dječje učenje. „Dječje učenje je stalan proces konstruiranja znanja u kojem nezamjenjivu ulogu igra dječja vlastita aktivnost (u ovom procesu ne možemo govoriti o

prenošenju znanja, nego aktivnom stjecanju znanja kroz praktično-manipulativne i mnoge druge aktivnosti koje će se nalaziti u osnovi aktivne mentalne konstrukcije).“ (Marendić, 2009, str. 132)

Autorica Liebeck kod veze rednog i glavnog broja iznosi činjenicu da dijete kada broji tri različita predmeta broj koji se izriče uz pojedini predmet u početku povezuje s tim predmetom te nam iznosi primjer iz prakse gdje je trogodišnjeg dječaka zamolila da prebroji tri igračke koje su bile ispred njega. On je ispravno sparao jednu igračku s jednim brojem („jedan, dva, tri“), ali kad ga je zamolila da mu da tri igračke on joj je dao autić koji je kod brojanja bio treći. Dječak još nije naučio glavno značenje riječi tri. „Djeca nauče glavno značenje riječi „tri“ tako da broje tri igračke poslagane različitim redoslijedom i da vide skupove triju predmeta, primjerice tri svjetla na semaforu, tri kotača na triciklu, tri medvjedića.“ (Liebeck, 1995, str. 25) Ovu ćemo aktivnost morati ponoviti nakon što dijete nauči glavno značenje riječi „tri“ i kod učenja glavnog značenja riječi „četiri“ i „pet“.

Za uspostavljanje veze između rednog i glavnog broja Liebeck nam kao prikladnu iznosi

➤ „Igru štedne kasice“

gdje djeca ubacuju novčiće jedan po jedan u kasicu i pritom ih broje nakon čega ih se pita koliko je novčića u kasicu.

- Djeca koja nisu stvorila vezu između rednog i glavnog broja će izvaditi novčiće iz kasice i prebrojati ih,
- dok djeca koja su uspostavila vezu između ta dva značenja će odmah znati odgovoriti na postavljeno pitanje.

Jedan od učinkovitih pedagoških pristupa za učenje brojeva je korištenje manipulativnih materijala i vizualnih pomagala. Djeca često bolje razumiju matematičke koncepte kada ih mogu vizualizirati i manipulirati objektima. Na primjer, korištenje kockica, brojalice i drugih manipulativnih materijala može pomoći djeci da razviju razumijevanje brojanja kroz praktično iskustvo. Ove metode omogućuju djeci da istražuju matematičke ideje na način koji im je prirodan i motivirajući. (Clements i Sarama, 2009).

4.1. Interaktivne igre

Interaktivne igre su vrste igara koje zahtijevaju aktivno sudjelovanje igrača, omogućujući im da komuniciraju kroz igru na različite načine. Ove igre često uključuju interakcije s drugim igračima ili računalno generiranim likovima. Interaktivne igre mogu biti digitalne ili fizičke, a njihov cilj je angažirati igrače i omogućiti im da budu aktivni sudionici u igri, za razliku od pasivnog promatranja ili slušanja.

Integracija tehnologije također može igrati važnu ulogu u učenju brojanja. Digitalne igre i aplikacije pružaju interaktivne i angažirajuće načine za usvajanje matematičkih koncepata. Clements i Sarama (2009) naglašavaju važnost korištenja tehnologije na način koji podržava razvoj matematičkih vještina, omogućavajući individualizaciju učenja i prilagodbu razine složenosti.

Na internetu možemo naći brojne aplikacije za razvoj vještine brojanja kao što su: „Matematički vrtuljak“, „Matematička igraonica“, „Domino brojalica“ Na CD-u se mogu nabaviti: „Cvrčkova vježbalica – predškola“, „Vesela školica“ te na DVD-u „Brojevi kroz igru“.

Sve ove aplikacije i igre pomažu djetetu da usvoji osnovno znanje o brojevima. Izvrsna su pomoć za učenje brojeva kod djece koja tek uče brojeve, brojanje, redne brojeve te osnove zbrajanja, kao i kod djece koja imaju problema s koncentracijom.

U interaktivne igre koje razvijaju vještinu brojanja spadaju i društvene igre kao što su: „Čovječe ne ljuti se“, „Zmije i ljestve“, „Monopoly“

U ovim aktivnostima djeca bacaju kockice i moraju brojati određeni broj polja, te memory kartice gdje treba upariti brojeve ili predmete prema broju odnosno količini.

4.2. Pjesmice i rime

S obzirom koliko djeca uživaju u glazbi, ona je idealna kao sredstvo za razvoj vještine brojanja. Kako danas djeca provode mnogo vremena na YouTube-u možemo iskoristiti pjesmice

koje tamo možemo pronaći. Jedna od takvih pjesmica je „Pet malih majmuna“, a na kanalu Lolo i Frenchy ima nekoliko pjesmica na temu Učimo i mi brojati do 10.

Vezano za pojam broja djeca će broj prvo shvatiti kao niz, a kasnije kao skup. Za shvaćanje pojma niza i skupa vrlo nam je važno i brojenje prstiju. Pri čemu imamo i razne brojalice u tu svrhu koje i autorice ističu kao važan sastavni dio učenja brojanja (Muter i Likerman, 2007).

Primjer brojalice s prstima:

„Prvi kaže: Došle su na more jabuke

Drugi kaže: Ajmo ih kupiti

Treći kaže: Nemamo novaca

Četvrti kaže: Ja ću mami ukrasti ključe

Peti kaže: A ja sam mali, ja ću kazati, kazati mami,

Ona će meni nove sandale dati.“

(Katarinčić, Velički 2011, str. 43)

„Jedan je u vodu pao,

Drugi mu je ruku dao,

Treći im u pomoć skoči,

Četvrti se sprema doći

A peti ih i ne gleda

Kaže da je danas srijeda.“

(Katarinčić, Velički 2011, str. 45)

Kao primjer za učenje rednih brojeva imamo i brojalicu:

„Prvi prstić spavat želi

Drugi mu laku noć veli.

Treći mu je priču pričao.

Četvrti mu zapjevao,

A peti ga pokrio.

Zaspali su zajedno prsti svi

Zvijezdama pokriveni.“

(Katarinčić, Velički 2011, str. 46)

„Brojalica je sredstvo igre, poticaj za igru, dopuna igri i igra sama.“ (Peteh, 1998, str. 13). Peteh ističe važnost brojalice u radu s predškolskom djecom kao odgojno-obrazovno sredstvo za razvitak govora, spoznajnih aktivnosti, razvitak pokreta i ritma te razvitak govorne kreativnosti (Peteh, 1998). Brojalice prvenstveno pomažu u razvoju govora, a djeca su vrlo zainteresirana za njih i rado ih ponavljaju. Brojalicu jako dobro možemo iskoristiti i kao poticaj ili aktivnost za poticanje razvoja vještine brojanja. Neke od brojalice koje nam predlaže Peteh (1998) iz kojih djeca kroz igru mogu lako naučiti redoslijed brojeva:

Jedan, dva, mjesec na dnu rijeke sja.

Tri, četiri, zaspali su svi leptiri.

Pet, šest, zec donio novu vijest.

Sedam, osam, nek' se svlači tko je pospan.

Devet, hej pospanci svi u krevet.

Deset je zvijezda zelenkastih,

deset je zvijezda crvenkastih,

deset je zvijezda ljubičastih,

deset je zvijezda bjeličastih.

Samo jedna plava

klonula joj glava

na plav jastuk neba

jer spavati treba.

(Grigor Vitez)

Jen, dva, tri, četiri, pet,

šest, sedam, osam, devet, deset,

izašao bijeli Mjesec,

i njegova sestrice,

zvjezdica Danica.

Kod igre skrivača koristimo brojalicu:

Jedan, dva, tri, četiri, pet,

šest, sedam, osam, devet, deset,

tko se nije skrio magarac je bio.

I Čudina-Obradović (2002) ističe važnost brojalice za razvoj mehaničkog brojanja te nam navodi brojalice:

Jedan, dva - do neba,

tri, četiri - ruke širi.,

pet, šest - urnebes,

sedam, osam - tko si, tko sam?

devet, deset - ti si mali crni pesek.

Također predlaže brojalicu za usvajanje brojanja unatrag:

Deset, devet, osam – pogodi tko sam.

Sedam, šest, pet – imam dobar zalet.

Četiri, tri, dva – preskočit ću diva.

Jedan – sad sam žedan.

Ili:

Deset, devet, osam, sedam, šest, pet, četiri, tri, dva, jedan,

Ispadaš za ovaj tjedan.

Za povezivanje odnosa između dva susjedna glavna broja Liebeck nam predlaže priču ili pjesmicu poput ove:

„Jedan zečić nije znao šta,

došao još jedan pa su bila dva.

Dva zečića pila mlijeko k'o i mi,

došao još jedan pa su bila tri.

Tri zečića u balonu k'o leptiri letili,

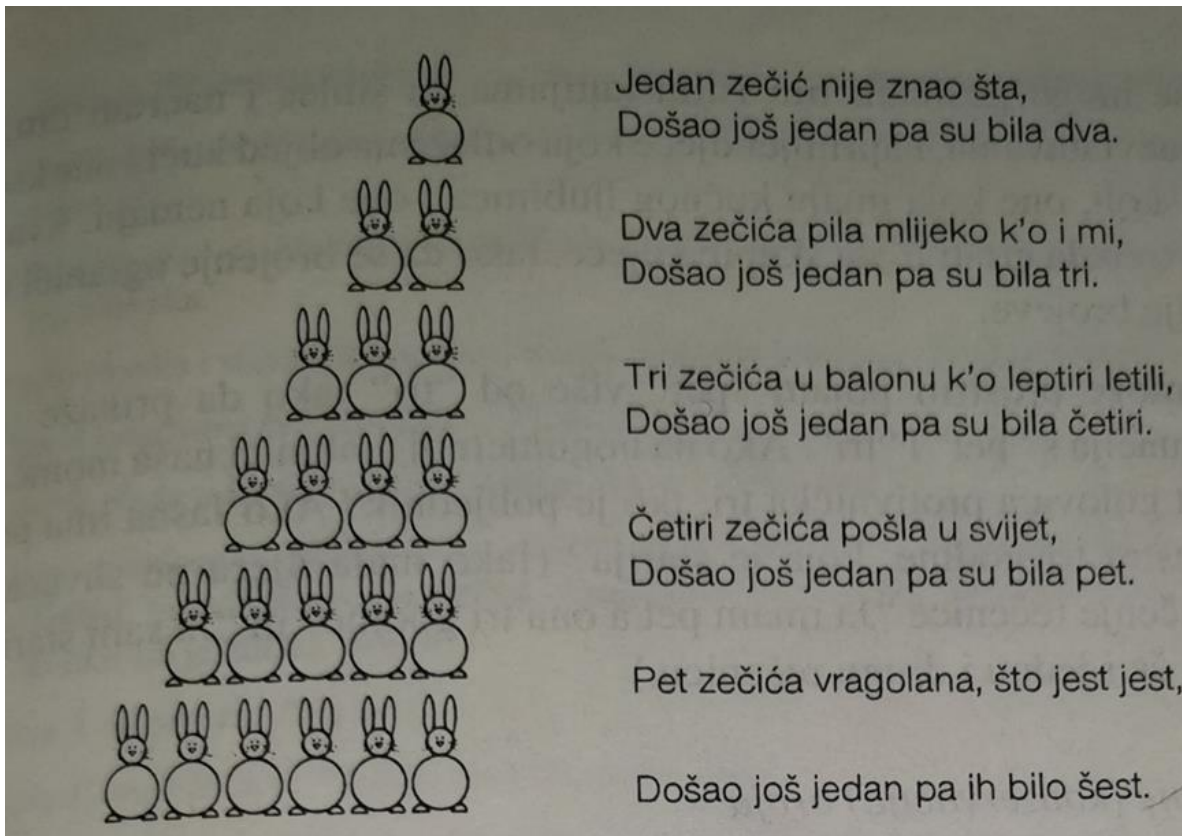
došao još jedan pa su bila četiri.

Četiri zečića pošla u svijet,

došao još jedan pa su bila pet.

Pet zečića vragolana, što jest jest,
došao još jedan pa ih bilo šest.“

(Liebeck, 1995, str. 27)



Slika 1. Slikovni prikaz pjesme, izvor Liebeck 1995, str. 27

Liebeck (1995) savjetuje da uz ovu pjesmicu koristimo vizualni prikaz na slici 1., a možemo koristiti i plišane igračke u obliku zeca ili plastificirane slike zečeva pa u svakom stihu dodajemo još jednog zeca jer tako djeca lakše uče putem konkretnog iskustva.

4.3. Vizualna pomagala

Jedan od učinkovitih pedagoških pristupa za učenje brojeva je korištenje vizualnih pomagala. Djeca često bolje razumiju matematičke koncepte kada ih mogu vizualizirati u obliku

slikovnica, dijagrama ili grafova te ih stoga Clement i Sarama smatraju ključnima u ranom učenju matematike. Njihova istraživanja pokazuju da vizualna pomagala ne samo da poboljšavaju razumijevanje, već i potiču djecu na aktivno sudjelovanje u učenju, što vodi do dubljeg i trajnijeg znanja. (Clements i Sarama, 2009)

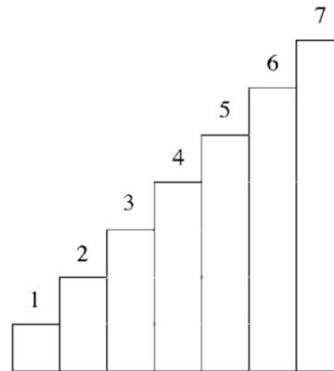
Gelman i Gallistel (1978) naglašavaju važnost vizualnih pomagala u razumijevanju brojeva kod djece. Prema njihovom istraživanju, vizualna pomagala poput slikovnica, dijagrama i grafova pomažu djeci da bolje razumiju brojevne odnose i matematičke koncepte kroz vizualizaciju. Vizualna reprezentacija brojeva omogućuje djeci da povežu apstraktne numeričke pojmove s konkretnim prikazima, olakšavajući im proces učenja i pamćenja.

Mix, Huttenlocher i Levine (2002) naglašavaju važnost vizualnih pomagala u razvoju djece od najranije dobi. Prema njihovom istraživanju, slikovnice, dijagrami i grafovi pomažu djeci da lakše razumiju kvantitativne pojmove i matematičke odnose. Vizualni prikazi omogućuju djeci da intuitivno shvate brojeve i količinu, što je ključni korak u njihovom matematičkom razvoju.

Mlađa djeca vole promatrati slike stoga su slikovnice idealne za početno učenje brojanja. Slikovnica koje možemo iskoristiti za pomoć djeci kod učenja brojanja ima mnogo. Ovdje ću navesti samo neke od njih:

1. Brojevi / Mladen Kušec ; [ilustracije] Damir Brčić. Zagreb : Školska knjiga, 2003.
2. Brojevi : sa skrivenim iznenađenjima na svakoj stranici / [tekst i ilustracije] Aino-Maija Metsola ; [prevela Merima Nikočević Ibrahimpašić]. Zagreb : Planetopija, 2015.
3. Brojevi / tekst Chiara Piroddi ; ilustracije Agnese Baruzzi. Varaždin : Evenio, 2023. (prema Montessori metodi)
4. Pogledaj! Što je to? - Brojevi. Köln : Schwager & Steinlein Verlag,
5. Brojevi : 10 zabavnih prozorčića za male prstiče! / [tekst preveo Filip Kozina] Zagreb : Naša djeca, 2011.
6. Brojevi / [tekst priredio Mane Galović]. Zagreb: Naša djeca, 2022.
7. Brojevi / [ilustracije Jordi Busquets ; tekst priredio Filip Kozina]. Zagreb : Naša djeca, 2015.
8. Promotri, dodirni i osjeti - Brojevi / [tekst prevela Vlatka Briški]. Zagreb : Lusio, 2023.

Primjeri dijagrama i grafikona:



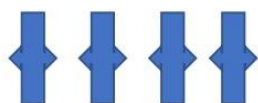
Slika 2. Primjer za načelo ordinalnosti, Clement i Sarama (2009)



Slika 3. Primjer dijagrama, Clement i Sarama (2009)

POVEŽI OBJEKTE S BROJEVIMA ✨

www.maligenijalci.com



1

5

6

8

2

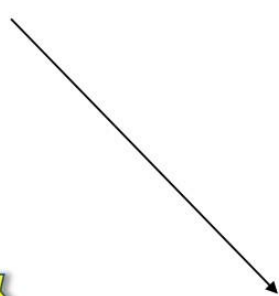
3

4

9

7

10



Slika 4. Primjer dijagrama preuzeto s http://www.maligenijalci.com/wp-content/uploads/bsk-pdf-manager/13_PREBROJI_I_SPOJI_S_PRAVIM_BROJEM_1.PDF

4.4. Svakodnevne aktivnosti

Kao primjer dobre prakse kod svakodnevnih rutinskih aktivnosti u vrtiću (Jelenaca i Tadić, 2019) navode primjer iz dječjeg vrtića u Fažani u obliku aktivnosti serviranja stola za doručak. Aktivnost počinje tako da se brojalicom odabere domaćina. „Odabrano dijete postavlja stol za ručak – svakom djetetu dodaje salvetu, tanjur, žlicu, šalicu ili što je već tog dana potrebno. To je vrlo složena zadaća koja zahtijeva većinu nabrojanih predmatematičkih vještina: planiranje, orijentacija u prostoru, slijedenje višestrukih uputa, procjenjivanje, predviđanje, pridruživanje, vizualno grupiranje i razvijanje vještina brojenja.“ (Jelenaca i Tadić, 2019, str. 104) Djeca kod ove aktivnosti razvijaju mnoge matematičke vještine među kojima je i brojanje (brojanje djece za stolom, brojanje tanjura, žlica, vilica...) U ovoj aktivnosti učenje se odvija u zoni sljedećeg razvoja te djetetu omogućuje napredak. (Jelenaca i Tadić, 2019) Ovakav način učenja predlažu i Clements i Sarama (2009)

Muter i Likerman (2007) predlažu da kroz aktivnosti djeci pružamo prilike za:

- „korištenje riječi kojima se izražava količina da bi moglo uspoređivati predmete; osobito je važno da nauči riječi kao što su više, manje, jednako, itd.;
- recitiranje naziva brojeva tako da postane sigurno u svoje znanje;
- odbrojavanje zadanog broja predmeta, npr. dajte djetetu 10 kocaka i recite da izdvoji 6;
- brojenje predmeta u skupu“ (Muter i Likerman, 2007, str. 229)

Kao konkretan primjer aktivnosti nude nam izradu brojevne crte gdje bi redom bile prikazane brojke uz koje bi se nalazile slike s brojem predmeta sukladno broju uz koji se nalazi slika. Kao vježbu za razvoj vještine brojanja koju možemo koristiti kako u vrtiću tako i kod kuće navodi i zadavanje zadataka kao što je staviti određeni broj žlica na stol, ili određeni broj figurica na pod. Također možemo djeci ponuditi da izbroje koliko puta smo napravili određenu radnju (pljeskanje rukama, udarac rukom u stol, čučanj, skok...) Riječi koje možemo koristiti unutar pitanja kako bi dijete naučilo uspoređivati količine i brže shvatilo i povezalno riječi kojima ih izražavamo su: isto toliko, nekoliko, više, manje, jednako (Muter i Likerman, 2007)

Clement i Sarama (2009) predlažu da već s djecom od godinu do dvije razgovaramo na način da stavimo ispred njih dvije lopte i kažemo da su to dvije lopte pa ponovimo riječ dvije. Kada djeca budu sposobna reći da djecu nakon toga pitamo koliko je lopti. Također predlažu da nam takve aktivnosti budu na dnevnoj bazi. Sljedeće predlažu da stavimo tri grupe po dva ista predmeta a u četvrtu grupu tri takva predmeta pa da djecu pitamo koja se grupa razlikuje od ostalih i zašto. Neke od aktivnosti koje nam predlažu Clement i Sarama su:

1. Brojanje predmeta u svakodnevnim situacijama

Cilj: Razviti razumijevanje verbalnog prebrojavanja i povezivanje brojeva s količinom.

Opis: Učitelj potiče djecu da broje predmete u svojoj okolini, poput jabuka u košari, blokova u kocki ili olovaka na stolu. Kroz ponavljanje, djeca uče pravilno brojenje i počinju povezivati brojeve s fizičkom količinom.

Materijali: Bilo koji dostupni predmeti (igračke, voće, školski pribor).

2. Aktivnost: Igra s brojevima i karticama

Cilj: Razviti razumijevanje kardinalnosti.

Opis: Djeca dobivaju kartice s različitim brojevima i zadaća im je da postave odgovarajući broj objekata ispred svake kartice. Na primjer, kartica s brojem 4 zahtijeva da dijete postavi četiri kocke ispred nje. Ova aktivnost pomaže djeci da razumiju da broj predstavlja određenu količinu objekata.

Materijali: Kartice s brojevima, kocke ili drugi mali predmeti.

3. Aktivnost: Uspoređivanje skupova

Cilj: Razviti razumijevanje kvantitativnih odnosa.

Opis: Učitelj stavi dva skupa objekata ispred djece i pita ih koji skup ima više, koji manje, ili su jednaki. Djeca tada broje objekte u svakom skupu i verbalno izražavaju svoje zaključke. Ova aktivnost potiče djecu da koriste svoje brojevne vještine za uspoređivanje količina.

Materijali: Različiti skupovi objekata (npr. blokovi, olovke, perlice).

4. Aktivnost: Igre s brojanjem naprijed i unazad

Cilj: Povećati fleksibilnost u brojanju i razumijevanje sekvencijalnog reda brojeva.

Opis: Učitelj organizira igru u kojoj djeca broje naprijed i unazad, koristeći pjesmice, igre s loptom, ili brojanjem koraka dok hodaju. Na primjer, dok djeca bacaju loptu jedno drugom, izgovaraju brojeve naizmjenično prema naprijed ili unazad.

Materijali: Lopta, pjesmice, prostor za kretanje.

Peteh (2008) nam također predlaže neke od igara:

- „Izmišljamo“ (Peteh, 2008, str. 32)

Dijete baca kocku na čijim plohamu su od jedne do šest točkica. Nakon što vidi broj točkica koji je dobio na kocki treba toliko puta učiniti određenu aktivnost, npr. skočiti, pljesnuti rukama, lupiti nogom u pod, napraviti određeni broj koraka naprijed itd. Primjer: ako se je na gornjoj plohi pet točkica onda će npr. pet puta viknuti hura. Dijete baca kocku a odgojitelj određuje koju aktivnost će djete izvesti.

- „Broji dalje!“ (Peteh, 2008, str. 43)

U igri koristimo loptu ili neki predmet koji djeca mogu baciti jedni drugima. Djeca se nalaze u krugu i bacaju si međusobno predmet. Ono dijete koje baca predmet govori jedan broj manji od deset, a dijete koje je ulovilo predmet treba nastaviti brojati od toga broja sve do deset. Ako dijete koje baca predmet kaže broj četiri, dijete koje je ulovilo predmet treba brojati od četiri do deset. Igra traje dok sva djeca ne dođu na red ili dok god postoji interes kod djece za igru.

- „Čarobne ribice“ (Peteh, 2008, str. 56)

Za igricu nam trebaju ribice od papira na koje stavimo spajalicu, magnet koji konopcem zavežemo na štapić. Ribice stavimo na plavi papir ili tkaninu. Magnet djeca približavaju ribici i love ribice. Na kraju djeca trebaju prebrojiti koliko su ribica ulovili.

Neke od aktivnosti za razvoj vještine brojanja kod djece koje nam predlaže Slunjski (2003) su: „Koliko jednakih u svaku kućicu?“, „Koliko ih treba?“, „Koliko ima predmeta?“.

- „Koliko jednakih u svaku kućicu?“ (Slunjski, 2003, str. 77)

Za ovu aktivnost potreban materijal su kutije od mlijeka, razni sitni predmeti ili plodovi, crni papir, škare i ljepilo.

U ovoj igri imamo na stolu poredane kutijice. S lijeve strane imamo označene brojeve (s točkicama i simbolom) poredane u redove od jedan do pet. Desno od njih su poredane kutijice. Iznad tih kutijica su u red poredane kutijice s različitim predmetima u svakoj kutiji. Ovo je složenija igra jer se traži da se zadovolje dva kriterija, vrsta predmeta i broj. (Prilog 1.)

➤ „Koliko ih treba?“ (Slunjski, 2003, str. 8)

Potreban materijal: 10 plastičnih posudica, drvene/plastične perlice ili neki drugi sitni predmeti, veća posudica za perlice

U svakoj od posudica napišemo na dno deset različitih brojeva od 1 do 10. Djetetu ponudimo posudu s perlicama, a ono treba u svaku posudu staviti točno onoliko perlica koliko piše na dnu posudice u koju stavlja perlice. (Prilog 2.)

➤ „Koliko ima predmeta?“ (Slunjski, 2003, str. 90)

Potreban materijal: veliki hamer, slike skupine raznih predmeta, deblji papir, škarice, ljepilo.

Na hameru izradite plakat s džepićima okomito poredanima. S lijeve strane džepića označimo brojeve od jedan do pet. Djeci se ponude slike skupina raznih predmeta a oni prema broju predmeta na slici, sliku trebaju staviti u određeni džep. (Prilog 3.)

5. ZAKLJUČAK

Razvoj vještine brojanja kod djece predstavlja važan korak u kognitivnom razvoju. U radu su istraženi različiti aspekti ovog složenog procesa, uključujući osnovna načela brojanja, faze kroz koje djeca prolaze prilikom usvajanja vještine brojanja, te ulogu odraslih i okruženja u poticanju tog razvoja.

Analiza literature i postojećih istraživanja, posebno radova Gelmana i Gallistela te Clementsa i Sarame, pokazala je da brojanje nije samo mehaničko ponavljanje brojeva, već duboko razumijevanje kvantitativnih odnosa i matematičkih koncepata. Načela kao što su korespondencija jedan-na-jedan, ordinalnost, kardinalnost, apstrakcija i irelevantnost redoslijeda ključni su za razumijevanje i pravilnu primjenu brojanja.

Osim toga, istraživanja su naglasila važnost igre, socijalnih interakcija i bogatog obrazovnog okruženja u razvoju brojanja kod djece. Odgojitelji i roditelji igraju ključnu ulogu u ovom procesu, pružajući djeci prilike za praktičnu primjenu matematičkih koncepata kroz svakodnevne aktivnosti i ciljane edukativne igre.

Na temelju proučenih podataka, predloženo je nekoliko pedagoških pristupa i konkretnih aktivnosti koje mogu pomoći djeci u savladavanju vještine brojanja. Ove aktivnosti uključuju korištenje vizualnih pomagala, interaktivnih igara, kao i integraciju matematičkih koncepata u svakodnevne situacije.

Razvoj vještine brojanja kod djece je složen i višedimenzionalan proces koji zahtijeva sustavnu podršku i ciljane edukativne intervencije. Kroz primjenu učinkovitih pedagoških metoda i stvaranje stimulativnog obrazovnog okruženja, možemo značajno doprinijeti kognitivnom razvoju djece te razvoju predmatematičkih vještina, postavljajući temelje za njihovo buduće obrazovanje i uspjeh. Daljnja istraživanja i inovacije u obrazovanju nužni su kako bismo nastavili unapređivati metode podučavanja i osigurali najbolje moguće ishode za svu djecu.

LITERATURA:

1. Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge
2. Čudina-Obradović, M. (2002). *Matematika prije škole*, Zagreb: Školska knjiga
3. Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press
4. Gregurić, S. (2022). Matematika na drugačiji način za najmlađe. *Varaždinski učiteljski digitalni stručni časopis za odgoj i obrazovanje godina V(10)*, 1-5 dostupno 3. lipnja 2024. na <https://hrcak.srce.hr/file/403335>
5. Jelenaca, D. i Tadić, M. (2019). Razvoj matematičke kompetencije djeteta rane dobi. U Kolar Billege, M. i Višnjic Jevtić, A. (ur.) *Zajedno rastemo – kompetencije djeteta za cjeloživotno učenje* (str. 100-106). Zagreb, Čakovec: Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu; Dječji vrtić „Cvrčak“ Čakovec dostupno 10. veljače 2024. na <https://dvcvrcak.hr/wp-content/uploads/2019/07/ZBORNIC-RADOVA-2019..pdf>
6. Katarinčić, I., Velički, V. (2011). *Stihovi u pokretu - Malešnice i igre prstima kao poticaj za govor*. Zagreb: Alfa d.d
7. Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa
8. Marendić, Z. (2009). Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću. *Metodika X(18)*, 129-141 dostupno 3. svibnja 2024. na <https://hrcak.srce.hr/file/63977>
9. Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2002). *Quantitative Development in Infancy and Early Childhood*. Oxford University Press
10. Muter, V. i Likerman, H. (2007). *Pripremite dijete za školu*. Buševac: Ostvarenje
11. Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta. dostupno 20. siječnja 2024. na <https://mzom.gov.hr/UserDocsImages//dokumenti/Obrazovanje/Predskolski/Nacionalni%20kurikulum%20za%20rani%20i%20predskolski%20odgoj%20i%20obrazovanje%20>
12. Peteh M., (1998). *Zlatno doba brojalice*. Zagreb: Alineja
13. Peteh, M. (2008). *Matematika i igra za predškolce*. Zagreb: Alineja
14. Slunjski, E. (2003). *Kad djeca pišu, broje, računaju: Neobične igre običnim materijalima*. Varaždin: Stanek.

15. Slunjski, E. (2008). *Dječji vrtić zajednica koja uči - mjesto dijaloga, suradnje i zajedničkog učenja*. Zagreb: Spektar media
16. Starc, B. i sur. (2004). *Osobine i psihološki uvjeti razvoja djeteta*. Zagreb: Golden marketing - Tehnička knjiga
17. Vlahović-Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš - psihološki aspekti početnog poučavanja matematike*. Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak" dostupno 11. veljače 2024. na <https://inskola.com/wp-content/uploads/2020/11/Kladim-se-da-mozes.pdf>
18. Vlahović-Štetić, V. (2009). Matematika za život, *Dijete, škola, obitelj*, 24(1), 2-5 dostupno 12. veljače 2024. na <https://library.foi.hr/dbook/cas.php?B=1&item=S02113&godina=2009&broj=00024&page=2>

PRILOZI

Prilog 1. „Koliko jednakih u svaku kućicu?“



Izvor: Slunjski, E. (2003). Kad djeca pišu, broje, računaju: Neobične igre običnim materijalima. Varaždin: Stanek. (str. 77)

Prilog 2. „Koliko ih treba?“



Izvor: Slunjski, E. (2003). Kad djeca pišu, broje, računaju: Neobične igre običnim materijalima. Varaždin: Stanek. (str. 89)

Prilog 3. „Koliko ima predmeta?“



Izvor: Slunjski, E. (2003). Kad djeca pišu, broje, računaju: Neobične igre običnim materijalima. Varaždin: Stanek. (str. 90)



Studentica: Ivana Tomić

Studijski program: Prijediplomski sveučilišni studij Ranoga i predškolskoga odgoja i obrazovanja

JMBAG: 0267049244

IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI ZAVRŠNOGA RADA

kojom izjavljujem da sam završni rad pod naslovom

Aktivnosti za razvoj vještine brojanja kod djece

izradila samostalno pod mentorstvom *prof. dr. sc. Ružica Kolar-Šuper*

U radu sam primijenila metodologiju izrade znanstvenoga rada i koristila literaturu koja je navedena na kraju završnog rada. Tuđe spoznaje, stavove, zaključke, teorije i zakonitosti koje sam izravno ili parafrazirajući navela u završnome radu povezala sam s korištenim bibliografskim jedinicama te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Rad je pisan na standardnome hrvatskom jeziku.

Studentica

Datum: _____