

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI U OSIJEKU
Sveučilišni preddiplomski studij Ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja

Marija Letica

**THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN
INSTITUTIONS OF EARLY AND PRESCHOOL EDUCATION**

ZAVRŠNI RAD

Osijek, 2016.

SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI U OSIJEKU
Sveučilišni preddiplomski studij Ranog i predškolskog odgoja

**THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN
INSTITUTIONS OF EARLY AND PRESCHOOL EDUCATION**

ZAVRŠNI RAD

Predmet: Integrirani predškolski kurikulum

Mentor: doc. dr. sc. Stanislava Irović

Sumentor: dr.sc. Tijana Borovac, viša asistentica

Studentica: Marija Letica

Matični broj: 2524

Osijek, rujan 2016.

SADRŽAJ:

| | |
|---|-----------|
| UVOD | 4 |
| 1. OSNOVNE KARAKTERISTIKE DJEČJEG SPOZNAJNOG RAZVOJA | 5 |
| 1.1. PRISTUPI USVAJANJA OSNOVNIH MATEMATIČKIH POJMOVA U DJEČJEM VRTIĆU | 6 |
| 2. METODIČKI PUT RAZVOJA MATEMATIČKIH POJMOVA | 8 |
| 2.1. METODIČKE SMJERNICE U PROCESU RAZVIJANJA MATEMATIČKIH..... | 8 |
| 3. PSIHOLOŠKI ČINITELJI KOJI UTJEČU NA UČENJE MATEMATIKE | 11 |
| 3.1. SENZORNI I PERCEPTIVNI ČINITELJI | 11 |
| 3.2. KOGNITIVNI ČINITELJI | 11 |
| 3.3. EMOCIONALNO-MOTIVACIJSKI ČINITELJI..... | 12 |
| 4. RAZVOJ POČETNIH MATEMATIČKIH VJEŠTINA KOD DJECE | 13 |
| 5. 5 PREDMATEMATIČKIH VJEŠTINA | 15 |
| 5.1. BROJANJE | 15 |
| 5.2. POJAM BROJA..... | 16 |
| 5.3. PRAVILNOSTI..... | 16 |
| 5.4. OBLIK I PROSTOR..... | 17 |
| 5.5. MJERENJE I USPOREĐIVANJE..... | 17 |
| 6. USVAJANJE MATEMATIČKIH POJMOVA KOD DJECE | 18 |
| 6.1. ŠTO JE POSAO ODGOJITELJA? | 20 |
| 7. KAKO POMOĆI DJECI DA POSTIGNU MATEMATIČKO | 22 |
| 8. IGRA U FUNKCIJI USVAJANJA OSNOVNIH MATEMATIČKIH | 24 |
| 9. IGRE I VJEŽBE KOJE POMAŽU RAZVOJU PREDMATEMATIČKIH VJEŠTINA KOD | 25 |
| 9.1. ZAOKRUŽI SVE PRAVOKUTNIKE!..... | 25 |
| 9.2. RAZLIČITE DRUŠTVENE IGRE..... | 25 |
| 9.3. IGRA ŠKOLICE | 26 |
| 9.4. IGRA DODIRIVANJA..... | 27 |
| 9.5. IGRA TRŽNICE/TRGOVINE | 27 |
| 9.6. IGRA ŠTO JE TEŽE?..... | 27 |
| 9.7. PRONAĐI RAZLIKU! | 28 |
| ZAKLJUČAK | 29 |
| LITERATURA | 30 |

SAŽETAK

Dijete usvaja predmatematičke vještine u svakodnevnim aktivnostima: u šetnji, na putu do vrtića, penjući se na stepenice, na igralištima s drugom djecom te važnu ulogu, za usvajanje matematičkih pojmova, uz roditelje, imaju odgojitelji te poticajno organizacijsko okruženje. Matematičke kompetencije se stječu zajedno s ostalim kompetencijama pa se tako razvoj promatra cjelovito, a ne rascjepkano. Kroz igru, dijete jednostavno shvaća matematičke pojmove, što će mu kasnije uvelike pomoći u daljnjem obrazovanju. Značajnu ulogu imaju odgojitelji koji djeci trebaju osigurati kvalitetno i poticajno organizacijsko okruženje u kojima dijete može razvijati matematičke kompetencije.

Ključne riječi: dijete rane i predškolske dobi, matematička kompetencija, odgojitelj, okruženje

SUMMARY

Child learns maths skills in daily activities: walking, on the way to the kindergarden, climbing up to the stairs or playing with friends on the playground. Big part in learning maths skills have preschool educator and stimulating organizational environment. Child learn mathematical skills also as some other skills so you need to watch that as the whole thing of development. Through the game, child simple understand mathematics terms, which will help him in further education. Big part also have preschool educator who need to make sure that child have quality and stimulating environment in which develop maths skill.

Key words: child early and preschool age, mathematical skill, preschool educator, environment

UVOD

Matematika danas ima veliki značaj u ranoj dobi. Matematička kompetencija jedna je od temeljnih cjeloživotnih kompetencija kako se navodi u Nacionalnom kurikulumu za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014). Prema Nacionalnom kurikulumu za rani i predškolski odgoj (2014), matematička se kompetencija razvija poticanjem djeteta na razvijanje te primjenu matematičkog mišljenja u rješavanju različitih problema, svakodnevnim aktivnostima i situacijama. Razvoj matematičkih pojmova je važno sredstvo razumijevanja svijeta i okoline. Djeca kroz matematiku ulaze u novi svijet te pomoću matematike, dijete razvija logičko mišljenje, bogati vokabular te ostvaruje bolju komunikaciju s okolinom. Uočavanje kvantitativnih odnosa, putem iskustva i logičkih operacija, osnova je za razvoj matematičkih pojmova. U Nacionalnom kurikulumu za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014) navodi se kako je bitno organizirati odgojno-obrazovni proces dječjeg vrtića koji se oslanja na stvaranje poticajnog matematičkog okruženja, osnaživanje samoiniciranih i samoorganiziranih aktivnosti djece te osiguranje primjerene potpore odgojitelja. Polaskom u dječji vrtić, logičko-matematički razvoj dobiva odlike planskog i sistematskog rada u skladu sa zahtjevima suvremenog, integriranog kurikula. Wood (prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998.) govori kako su istraživanja pokazala da se temeljne matematičke spoznaje razvijaju kroz neposredan dodir s predmetima u djetetovoj okolini ili promatranjem modela koji manipuliraju veličinama. To iskustvo omogućava djeci da lakše rješavaju neke matematičke probleme, ali se uočilo kako postoje razlike u načinu na koji su djeca došla do matematičkih spoznaja. „Upravo zbog tih individualnih razlika potrebno je djeci, pri uvođenju u svijet apstraktne matematike, omogućiti što raznovrsniji dodir s konkretnim materijalima, kako bi uspoređujući različita iskustva mogla doći do općenitijih pojmova i spoznaja o prirodi matematike.“ (Vlahović-Štetić, Vizek Vidović, 1998: 2). Cilj ovoga rada je prikazati kako dijete u svakodnevnim aktivnostima, kroz igru i na jednostavan način, može usvajati matematičke vještine. Upravo te vještine će mu kasnije biti osnova za školovanje te mnoge životne situacije s kojima će se susretati.

1. OSNOVNE KARAKTERISTIKE DJEČJEG SPOZNAJNOG RAZVOJA U FUNKCIJI RAZVOJA MATEMATIČKIH POJMOVA

Dijete predškolske dobi se posebno odlikuje razvojnim procesom na polju spoznajnog razvoja. Jedan od najpoznatijih psihologa koji se bavio dječjim razvojem je Jean Piaget (1896.-1980.). On je promatrao djecu od rođenja i pratio ih sve do odrasle dobi. Napravio je periodizaciju dječjeg kognitivnog razvoja. Predoperacijsko razdoblje, koje se nalazi između druge i šeste godine života, obilježava tzv. situacijska inteligencija, odnosno dijete je pod snažnim utjecajem vizualnog doživljaja stvarnosti. Dijete u predoperacijskom razdoblju shvaća samo kvantitativne i prostorne odnose koji su mu perceptivno dani. Prentović-Sotirović (prema Marenić, 2009) navodi sljedeće pozitivne pedagoške (metodičke) implikacije za razvoj početnih matematičkih pojmova:

- dječje učenje je stalan proces konstruiranja znanja u kojem nezamjenjivu ulogu igra dječja vlastita aktivnost (aktivno stjecanje znanja kroz praktično-manipulativne i druge aktivnosti);
- djetetu se mora dopustiti da uči na svoj način;
- pozornost treba usmjeriti na opći kognitivni razvoj, a ne samo na specifične vještine;
- logičko-matematičke strukture izgrađuju se određenim redoslijedom koji je potrebno; poznavati i pridržavati ih se u procesu učenja u ranoj dobi;
- mora se dopustiti djeci da se slobodno izražavaju;
- uloga odgajatelja ne sastoji se u prenošenju gotovih znanja- on je tu da pomogne djetetu da samo izgradi svoje znanje i to tako što će voditi njegovo iskustvo.

Američki psiholog Jerome Bruner (1915.-2016.) smatra da ne postoji unutarnji pokretač učenja bez vanjskog poticaja (Marenić, 2009:133.. prema Prentović-Sotirović, 1998.). Bruner relevantne vanjske „pojačivače“ procesa učenja vidi u društvenim subjektima, obiteljima i institucijama odgoja i obrazovanja. On objašnjava akcijsku, ikoničku i simboličku fazu reprezentacije stvarnosti te naglašava da je predodžba objekta u mislima neodvojiva od akcije djeteta u odnosu na taj objekt, dok je riječ najviša razina reprezentacije stvarnosti. Najznačajnije pedagoške implikacije njegovog učenja su istovremeno značajne i s aspekta razvoja matematičkih pojmova u ranoj dobi (Marenić, 2009:133. prema Prentović-Sotirović 1998.):

- rani odgoj i obrazovanje ima pozitivan utjecaj na dječji razvoj i ono mora biti prilagođeno stupnjevima dječjeg razvoja, na način koji je istovremeno zanimljiv i ispravan;
- učenje je svrhovitije, zanimljivije i uspješnije ako proizlazi iz unutrašnje motivacije subjekta;
- djeca su u stanju razumjeti mnoga znanja ako im se približe na njima razumljiv i prihvatljiv način;
- spoznajni razvoj mora se temeljiti na aktivnoj konstrukciji znanja;
- treba više pozornosti posvetiti učenju općih načela i ideja i načinu poučavanja;
- poučavanje i komunikacija i zajednički rad djece i odraslih, imaju golemi značaj u procesu učenja i rješavanja problema.

Ruski psiholog Lav Vygotsky (1896.-1934) veliko značenje pridaje kvalitetnoj komunikaciji među sudionicima odgojno-obrazovnog procesa, smatrajući ga jednim od osnovnih činitelja i pokretača mentalnog razvoja. Prema Vygotskom, niže mentalne funkcije su prirodne, a više mentalne funkcije rezultat su kulturnog razvoja. Poticao je „sljedeću fazu razvoja“ te je to ključno za njegovu teoriju razvoja. „Ispitivanje pokazuje da zona sljedećeg razvoja ima neposrednije značenje za dinamiku intelektualnog razvoja i uspjeh negoli aktualna razina njihovih znanja.“ (Marendić, 2009:134. prema Vygotsky, 1983.). Vygotsky je dječji kognitivni razvoj analizirao kroz sljedeće stupnjeve:

- sinkretičko mišljenje;
- mišljenje u kompleksima;
- faza potencijalnih pojmova (prisutnost misaonih procesa analize i apstrakcije);
- stvaranje pravih pojmova.

Vygotsky također ističe da je rani razvoj vrlo složen i da se razni oblici mišljenja ne javljaju sukcesivno, nego se mnogi od njih razvijaju paralelno.

1.1. Pristupi usvajanja osnovnih matematičkih pojmova u dječjem vrtiću

Prema Nacionalnom kurikulumu za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014) matematička kompetencija spada u osam temeljnih kompetencija za cjeloživotno obrazovanje. Matematička kompetencija razvija se tako što se dijete potiče na razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja u rješavanju problema u svakidašnjim situacijama, a da bi to bilo moguće, potrebno je poticajno matematičko okruženje, osnaživanje samoiniciranih i samoorganiziranih aktivnosti djece te primjerena potpora odgajatelja u zoni idućeg razvoja.

Sustav predškolskog odgoja u dječjim vrtićima se uspostavio nakon Dugoga svjetskog rata te je tada prevladavalo mišljenje da je učenje osnovnih matematičkih pojmova u dječjem vrtiću suvišno. Najveći razlog takvom mišljenju bilo je nedovoljno poznavanje sadržaja i metodičkih postupaka u tom području.

Pedagoški savjet SRH 1970. godine donio je prvi *Program odgojno obrazovnog rada u dječjem vrtiću* kojeg je 1971. objavio Zavod za unapređivanje osnovnog obrazovanja Hrvatske.

Različiti stručnjaci (matematičari, psiholozi, odgojitelji-praktičari) su raspravljali na brojnim seminarima o glavnoj svrsi učenja osnovnih matematičkih pojmova u predškolskoj dobi. Autorica Peteh (2008) govori kako je u *Programu* navedeno da će se osnovni matematički pojmovi obrađivati kao samostalno područje rada za djecu srednje i starije vrtićke dobi, dok će mlađa djeca to područje obrađivati kroz cjelinu *upoznavanje okoline*, iako se decidirano i za njih navode konkretni matematički sadržaji: „U radu s mlađom grupom treba vršiti uspoređivanje j: jedan- mnogo-malo, malo-više, ništa na istorodnim predmetima. Na kraju dodavanjem treba odraditi skupove/množina j jednim, dva ili tri elementa, izdvajati jedan predmet iz skupa i razlikovati mnogo, jedan, dva i tri, uspoređivati premete: veliko-malo dugo-kratko, debelo-tanko, lagano-teško. Nadalje treba uspoređivati i imenovati oblike lopti. Do svršetka godine djeca bi trebala znati odgovoriti na pitanje koliko (toliko). Prostorne i vremenske oznake uklapaju se u obradu svih pojmova ove oblasti /blizu-daleko, gore-dolje, dan-noć, jutro-večer/“.

Po tom *Programu* se radilo do 1983. Usvajanje osnovnih matematičkih pojmova više nije bilo izdvojeno kao posebno područje kada su 1983. objavljene *Osnove programa za rad s djecom predškolske dobi*. Nadalje, to se i potvrdilo 1991. te je tako naglašena uloga poticanja djeteta da uočava, otkriva, razmišlja, zaključuje, povezuje i sređuje stečena iskustva iz raznih područja i razvija svoje sposobnosti kroz vlastite aktivnosti.

Prema Slunjski (2012), u procesu dječjeg učenja veliko mjesto zauzima socijalno okruženje, a posebno duženje djece različitih kompetencija. „Mnoge akcije djeteta se mogu razumjeti kao njegov odgovor na socijalno okruženje“ (Slunjski, 2000: 49).

2. METODIČKI PUT RAZVOJA MATEMATIČKIH POJMOVA

Svi spomenuti psiholozi dijele jedinstveni stav o spoznajnom razvoju predškolskog djeteta, a to je da se dječji razvoj u ranoj dobi odlikuje s određenim specifičnostima s obzirom na osnovnoškolsko dijete i odraslog čovjeka i da svaka etapa dječjeg razvoja predstavlja bazu buduće razvojne faze. Na njihovim spoznajama izgrađen je osnovni metodički put razvoja matematičkih pojmova koji se može izraziti na način koji je prikazao Liebeck (prema Marendić, 2009.):

- I- iskustvo fizičkih predmeta;
- G- govorni jezik koji opisuje to iskustvo;
- S- slike koje prikazuju to iskustvo; i
- Z- pismeni znakovi koji generaliziraju to iskustvo.

Takav redosljed metodičkog pristupa u skladu je sa shvaćanjem uzajamnog odnosa fizičke i logičko-matematičke spoznaje te odnosa socijalne i logičko-matematičke spoznaje. Zajedničko za sve psihologe je isticanje da se svi matematički pojmovi grade na predmetima, objektima i pojavama realnog svijeta dovodeći ih u veze i odnose na mentalnom planu, a uz pomoć simboličkih struktura kakvi su govor i drugi pisani znakovi. To je važno metodičko uporište u razvoju matematičkih pojmova koje govori o tome da je neposredna okolina nezamjenjiva u procesu razvoja logičko-matematičkih struktura.

2.1. Metodičke smjernice u procesu razvijanja matematičkih koncepata

Prema Marendić (2009) u osnovi metodičkog pristupa razvoju matematičkih pojmova u predškolskoj dobi nužno je poznavanje i uvažavanje određenih metodičkih smjernica koje će pomoći u uspješnom ostvarivanju razvojnih ciljeva i zadataka u području spoznajnog razvoja preko matematičkih sadržaja. Važno je uvažavanje životnog iskustva djeteta što predstavlja važnu metodičku smjernicu. Pod tim se podrazumijeva da matematički sadržaji budu povezani s dječjim vlastitim iskustvom i stvarnim problemima s kojima se dijete susreće. To je u skladu sa situacijskim učenjem ili iskustvenom matematikom. Upravo takva matematika je interesantnija djeci, ali je i logičnija i učenje se onda zbiva sa zadovoljstvom. Baš iz tog razloga je potrebno da odgojitelj poznaje aktualne dječje interese i da na njima gradi razvoj matematičkih pojmova. Svakodnevno okruženje može mnogo toga učiniti na indirektan način, može ubrzati razvoj logičko-matematičkih spoznaja te indirektno poučavanje može varirati od ohrabrenja djece da spoje sve vrste predmeta u sve moguće relacije, do toga da djeca mogu

postaviti dovoljna tanjura za svu djecu za stol. (Marendić, 2009:139. prema Kamii, 1992.). Bitno je da djeca budu ohrabrena i da povezuju objekte, događaje i zbivanja kroz svakodnevne aktivnosti u sve vrste veza i relacija.

„Djeca koja aktivno razmišljaju u svakodnevnom životu misle na više stvari u isto vrijeme. Matematičke koncepte djeca stvaraju u svakodnevnom životu, kada su ohrabrena da razmišljaju“. (Marendić, 2009:139. prema Kamii, 1992.).

I drugi autori ističu važnost uspostavljanja mnogobrojnih veza i relacija u svakodnevnom životu. Zbog toga i planiranje predstavlja dobar okvir i osigurava primjenu metodičkih smjernica na najbolji način. Potrebno je da se osiguraju uvjeti koji će pomoći djetetu da srede znanje i iskustvo i da se aktivno koristi njima u svakodnevnim aktivnostima. U prirodnim, svakodnevnim aktivnostima, matematički sadržaji imaju smisla za dijete i pomažu mu da shvate značenje korištenja matematičkih postupaka u svakodnevnim životnim situacijama. Autorica Marendić (2009) navodi kako treba izbjegavati prisiljavanje djeteta na ispravan odgovor i stalno ispravljanje pogrešnih odgovora te da je umjesto toga potrebno poticati razumijevanje ideja među djecom. Ako djeci šaljemo poruku, dijete uoči znakove odobravanja i neodobravanja i time se jača ovisnost djeteta o tuđem mišljenju i rezultira time da na njegovo učenje utječe autoritet odrasle osobe. (Marendić, 2009:140. prema Kamii, 1992.). Za razvoj djetetove samostalnosti u djelovanju i mišljenju veliku ulogu ima odgajatelj koji treba ohrabrivati djecu. Ako odgojitelj ima negativni autoritativni utjecaj, to se reflektira na socio-emocionalnom planu, ali i na razvoj slike o sebi te spoznajni razvoj. Djeca imaju manje šansi za razvoj matematičkih pojmova, ako se odgajaju u negativnom okruženju.

Matematički pojmovi imaju strogu unutarnju strukturu u kojoj svaki prethodni pojam ili postupak stoji u osnovi formiranja sljedećeg i uvjet je njihovog daljeg razumijevanja i korištenja u aktivnostima, igrama i govoru te se zbog toga matematički pojmovi ne mogu naučiti na preskok. (Marendić, 2009: 140). Zbog toga se od odgojitelja očekuje da poznaje prirodu svakog pojedinog matematičkog pojma i njegovo metodičko oblikovanje, prirodu dječjeg razvoja i da ima razvijenu sposobnost promatranja praćenja djece u svakodnevnim aktivnostima. Ako odgojitelj posjeduje ta znanja, može procijeniti na kojoj se razini razvijenosti nalazi pojedini matematički pojam kod djeteta i prepoznati razvojni trenutak u kojem se dijete nalazi. Kako bi došlo do razvoja matematičkih pojmova kod djece, potrebno je stvoriti poticajno okruženje, kreirati motivirajući kontekst učenja i osigurati veliki broj raznovrsnih izvora učenja koji će pomoći djetetu da samo otkriva matematiku, a to će se

postići pomoću brojnih praktično- manipulativnih igara i aktivnosti. Uz upotrebu svakodnevnih didaktičkih materijala, važnu ulogu imaju i slikovno-grafički materijali u kojima su kvantitativni odnosi i relacije predstavljeni simbolima i znakovima. Iz toga se može zaključiti da je za razvoj početnih matematičkih pojmova u predškolskim ustanovama potreban visoki stupanj profesionalnog obrazovanja odgojitelja u području razvojne psihologije, predškolske pedagogije, poznavanje prirode matematičkih pojmova i drugih područja koje su povezane s odgojem i obrazovanjem predškolske djece. Jačanje stručne odgojiteljeve kompetencije pruža osjećaj autonomnosti u radu i omogućava postavljanje prioriteta na ono što žele postići s djecom i čemu teže posebno u području razvoja početnih matematičkih pojmova.

3. PSIHOLOŠKI ČINITELJI KOJI UTJEČU NA UČENJE MATEMATIKE

Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) opći psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike svrstavaju se u tri šire skupine:

- a) senzorni i perceptivni činitelji,
- b) kognitivni činitelji, te
- c) socijalni i emocionalni činitelji.

Odgojiteljima, poznavanje tih činitelja, pomaže da razumiju i predvide uspješnost u učenju matematike.

3.1. Senzorni i perceptivni činitelji

„To su činitelji povezani s funkcioniranjem osjetnih organa i početnom misaonom obradom informacija iz okoline.“ (Vlahović-Štetić, Vizek Vidović, 1998: 2). U njima se ubraja oštrina vida i sluha, vidna i slušna percepcija, sposobnost uočavanja finih razlika u vidnim i zvučnim podražajima, slušno i vidno sekvencijsko pamćenje. Ti činitelji su opći preduvjet za svladavanje školskog gradiva prikazanog u slikovnom ili pismenom obliku.

3.2. Kognitivni činitelji

Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) kognitivni činitelji su povezani s tri ključna kognitivna pristupa:

1. odražavanje i zadržavanje pažnje;
2. obrada informacija u radnom ili kratkotrajnom pamćenju u svrhu pohrane u dugoročnom pamćenju; i
3. dozivanje informacija iz dugoročnog pamćenja za ponovno uporabu.

Kognitivni činitelji su brzina učenja, sposobnost pamćenja, razvijenost strategije učenja, sposobnost uočavanja odnosa, sposobnost odlučivanja i zaključivanja, sposobnost usmjeravanja pažnje na bitne elemente u gradivu. Svi noviji pristupi u poučavanju matematike polaze od toga da je za razvoj matematičkog načina mišljenja ključno neposredno, konkretno iskustvo u baratanju s veličinama koje postupno dovodi do matematičkog razumijevanja, uopćavanja i baratanja apstraktnim pojmovima. Naglašava se postupno građenje mreže znanja o matematičkim pojmovima i njihovim odnosima te fleksibilna primjena različitih procedura, postupaka za rješavanje problema. Zapravo se u praksi postavlja pitanje kako pomoći djeci da naprave raskorak između predškolskog baratanja brojevima i veličinama i školskog pristupa

matematici. Kako bi se to postiglo potrebno je najprije upoznati odrasle poučavatelje sa zakonitostima dječjeg kognitivnog razvoja, s postojećim dječjim strategijama i mogućnostima logičkog i matematičkog zaključivanja. Postizanje razumijevanja temeljnih matematičkih pojmova i odnosa među njima pretpostavlja:

- a) razvijene temeljne vještine logičkog zaključivanja,
- b) poznavanje posebnog sustava matematičkih simbola, i
- c) mogućnost prijenosa spoznaja o određenim matematičkim odnosima iz jedne situacije u drugu.

3.3. Emocionalno-motivacijski činitelji

Emocionalno-motivacijski činitelji su treća skupina psiholoških činitelja, a imaju znatan utjecaj na matematičko postignuće. Na motivaciju za učenje matematike poticajno djeluje uspjeh koji dijete postiže na zadacima umjerene težine, kada shvati da uz odgovarajuće zalaganje može svladati gradivo. Ako dijete nema prilike postići uspjeh u matematici, izgubit će samopouzdanje pojavit će se osjećaj „naučene bespomoćnosti“ - uvjerenje da što god čini dovodi do neuspjeha. Gubitak samopoštovanja i strah od neuspjeha u pozadini su straha od matematike koja nepovoljno utječe na postignuće. Odgojitelji mogu na razne načine djelovati na povećanje motivacije još od ranog djetinjstva ukoliko im se zadaju primjereni zadaci umjerene težine i postignu uspjeh.

4. RAZVOJ POČETNIH MATEMATIČKIH VJEŠTINA KOD DJECE

Gersten i Chard (prema zborniku radova Matematika u vrtiću, 2014) navode da u okviru početnih matematičkih vještina najvažnije mjesto pripada pojmu broja koji se određuje kao „spretnost“ u baratanju s brojevima, razumijevanje značenja broja, sposobnost rješavanja matematičkih problema i njihovog povezivanja s realnim okruženjem. Također navode da pri upisu djece u prvi razred osnovne škole djeca imaju procjenu zrelosti i na području predmatematičkih vještina djeca trebaju brojati od 1 do 10, čitati brojeve do 10, pridruživati broj količini elemenata danog skupa i odrediti odnose među premetima.

Može se reći da su, kod djece predškolske dobi, numeričke vještine jako bitne za kasniji uspjeh djeteta u matematici. Ako dijete ima kasnijih problema u usvajanju matematike, to znači da ima nedovoljan razvoj pojma broja. Zbog toga, odgojitelji trebaju uočiti dijete s teškoćama u usvajanju numeričkih vještina. Ako se to rano uoči treba dijete suočiti s više matematičkih iskustava te mu prirediti vježbe s brojevima te operacijama među brojevima.

U tabeli 1. prikazan je razvoj predmatematičkih vještina: pojam broja, oblika i veličine, razumijevanje vremena i orijentacija u prostoru kod djece rane i predškolske dobi (Matematika u vrtiću, 2014:14. i 15. prema Starc, Čudina-Obradović, Pleša, Profaca i Letica, 2004).

Tabela 1: Prikaz razvoja predmatematičkih vještina: pojam broja, oblika i veličine, razumijevanje vremena i orijentacije u prostoru kod djece rane i predškolske dobi (Matematika u vrtiću, 2014: 14. i 15. prema Starc, Čudina-Obradović, Pleša, Profaca i Letica, 2004)

| | 2-3 GODINE | 3-4 GODINE | 4-5 GODINA | 5-6 GODINA | 6-7 GODINA |
|-------------|---|--|--|--|--|
| BROJ | Ime prirodan osjećaj za količinu do 3. Razlikuje jedan od mnogo. Na zahtjev pruža ispravno jedan, tj. dva predmeta. | Broji uz pokazivanje do 3 predmeta. Mehanički broji do 10. Primjenjuje neka načela brojenja (1:1 i isti redoslijed | Broji uz pravilno pokazivanje do 5 predmeta. Razvija se načelo kardinalnosti. Verbalno broji do 10 i više. Izdvaja predmete | Uz pravilno pokazivanje broji od 4 do 12 elemenata, a mehanički i više. Pokazuje interes za brojke. Pokazuje daljnji razvoj i usavršavanje | Uz pokazivanje broji od 10 do 13, a mehanički do 30. Rješava zadatke zbrajanja i oduzimanja do 10. „U glavi“ zna odrediti za 1 više i 1 manje. Dalje se razvijaju načela |

| | | brojeva. | srednje veličine. | načela brojenja. | brojenja. |
|----------------------|---|--|--|---|--|
| OBLIK I VELIČINA | Sastavlja cjelinu neke slike iz 2-3 dijela. Svrstava predmete po jednom svojstvu. | Razlikuje veliko-malo-jednako; dugačko-kratko i debelo-tanko. Razlikuje krug, kvadrat i trokut. | Uspoređuje i imenuje veličine i količine: veće-manje-jednako. Izdvaja predmete istog oblika i veličine, imenuje krug, kvadrat i trokut. | Uspoređuje veličine: veliko-veće, kratko-kraće. Uspoređuje oblike i veličine. Razlikuje kvadrat, kocku i trokut i izdvaja predmete koji ne pripadaju po obliku. | Imenuje i mjeri količine i veličine te ih uspoređuje. Razlikuje kuglu, valjak, kocku. Izdvaja predmete u skupove po 1 ili 2 kriterija. |
| VRIJEME I PROSTOR | Počeci shvaćanja kriterija vremena i prostora (počinje se koristiti riječima za označavanje vremena (sad, prije, poslije)). | Zna doba događaja neke aktivnosti. Počinje razlikovati ispred-iza, gore-dolje. | Razlikuje prostorne odnose za koje zna i nazive. Određuje doba dana, ali miješa „sutra“ i „jučer“. | Razlikuje danas i sutra, usvaja nazive za godišnja doba, imenuje dane u tjednu. Usvaja lijevo-desno (na sebi). | Razvija se opažajni koordinatni sustav. Razvija lijevo-desno u prostoru. Pravilno rabi jučer-danas-sutra. |

5. 5 PREDMATEMATIČKIH VJEŠTINA

Montague-Smith (prema Likierman i Muter, 2007) navode pet predmatematičkih vještina koje djeca predškolske dobi mogu svladati:

1. Brojanje- sposobnost koja pomaže djetetu da usvoji pojam broja, a kasnije i računske radnje kao što su zbrajanje i oduzimanje;
2. Pojam broja- sposobnost djeteta da prepozna brojke u pisanom obliku, koristi pojmove više i manje za uspoređivanje te počinje razumjeti zbrajanje i oduzimanje;
3. Pravilnosti- sposobnost djeteta da napravi niz od jednakih predmeta kao što je slaganje perlica, autića: Pravilnosti pomažu djeci da shvate svijet oko sebe i da predvide što će se sljedeće dogoditi;
4. Oblik i prostor- sposobnost prepoznavanja, razvrstavanja i kategoriziranja predmeta po veličini i obliku koja je važna u matematici, posebno geometriji.
5. Mjerenje i uspoređivanje- djeca mogu mjeriti voće, povrće, igračke, dakle jednostavna mjerenja u kojem obogaćuju svoj rječnik vezan uz mjerenje (lakše/teže).

5.1. Brojanje

Prema Likierman i Muter (2007), pet pojmova koja djeca svladaju prije nego broje su načelo pojedinačnog podudaranja, načelo postojanog redoslijeda, načelo kardinalnog brojenja, načelo apstrahiranja te načelo nevažnosti redoslijeda.

Načelo pojedinačnog podudaranja dijete svlada kada izgovara brojeve i istodobno dodiruje predmete koje broje. Djeca do treće godine izgovaraju brojeve po redu, ali ih ne povezuju s brojem predmeta.

Načelo postojanog, redoslijeda podrazumijeva da dijete shvaća redoslijed brojenja, dakle nikad ne brojimo 2, 4, 3, 1, već 1, 2, 3, 4,...

Načelo kardinalnog brojenja razumije kada shvaća da konačni broj u brojanju znači konačan broj nekih predmeta. Npr. dijete broji kockice i govori 1, 2, 3, 4 i na kraju kaže to su 4 kockice. Razumije da taj zadnji broj označava broj kockica.

Načelo apstrahiranja znači da postupak brojenja može biti primijenjen na svaku situaciju i na svaki skup predmeta. Istraživanja pokazuju da većina trogodišnjaka i četverogodišnjaka može brojati samo iste predmete, npr. četiri autića. Kad razumiju načelo apstrahiranja znači da shvaćaju da mogu brojati različite predmete.

Načelo nevažnosti redoslijeda odnosi se na to da dijete shvaća redoslijed kojim brojimo predmete, npr. u grupi predmeta koja se sastoji od kockica, autića, odjeće, lutaka, prvo možemo brojati autiće, a kod drugog brojanja lutkice i konačan broj će biti jednak.

„Za što uspješnije brojenje djetetu treba pružiti prilike za korištenje riječi kojima se izražava količina da bi moglo uspoređivati predmete (više, manje, jednako), ponavljati nazive brojeva kako bi postojalo sve sigurnije, odvojiti iz skupa od deset predmeta, npr. pet te brojati predmete u skupu, npr. mnogo igračaka, školjkica, kamenčića.“ (Likierman, Muter, 2007:229.).

5.2. Pojam broja

Prema Likierman i Muter (2007) djeca počinju prepoznavati brojke tek kada se upoznaju s brojevnom vrpcom te kada listaju slikovnice s brojevima. Tada već imaju dovoljno iskustva i većina djece kada vidi broj tri zna reći „tri“. Djeca prvo razvijaju osjećaj za niz. Koriste brojeve u nizu, npr. broje prste ruke. Kasnije razvijaju osjećaj za skup. Shvaćaju da zadnji broj kod prebrojavanja je broj nečega što ima.

„Brojenje prstiju je jako važno za djetetovo razumijevanje broja kao niza i broja kao skupa.“ (Likierman, Muter, 2007, 232.). Dok broje, djeca uočavaju da što više prstiju prebroje veći je broj te da će kardinalni broj biti veći- Shvaćaju da je dva za jedan više od jedan, tri za jedan više od dva te da je to početak zbrajanja i oduzimanja. Za zbrajanje je bitno shvatiti pojam više i to se može postići kada npr. djetetu kažemo „pokaži jedan prst više“ ili „pokaži sve prste“. Prema Likierman i Muter (2007) kod oduzimanja se dijete mora pomaknuti unazad u brojevnom nizu te pri tom koristi izraze „spusti jedan prst“, „stavi sa strane jedan autić“ ili „pojedi jedan keks“.

5.3. Pravilnosti

Psiholog Jean Piaget proučavao je matematički razvoj svoje troje djece. „On i njegove kolege otkrili su da djeca počinju shvaćati razvrstavanje predmeta u dobi od tri godine.“ (Likierman, Muter, 2007:233.). Likierman i Muter (2007) smatraju da djeca u dobi od tri godine znaju razvrstati predmete po boji. Do četvrte godine znaju ponoviti niz. Kod postavljanja stola također se uočava niz: uz desni dio tanjura ide nož i žlica, a uz lijevi vilica. Roditelj može postaviti jedno mjesto, a dijete ostala mjesta za stolom. Djeca najprije slažu autiće u jedan red, a kasnije i u neke druge oblike. Mogu slagati kockice tako da tvore kućicu. Još jedan način koji pomaže djetetu shvatiti pravilnosti i nizove je da roditelj djetetu nacrtava valovite crte, zatim da dijete nastavi crtu, ponovi je ili izmisli svoju crtu.

5.4. Oblik i prostor

Djeca istražuju predmete i oblike kod kuće, u vrtiću i prirodi pa je tako prema Likierman i Muter (2007) prvi i najvažniji način da dijete shvati oblike je da opisuje svojstva predmeta. Također navode da predškolska djeca opisuju i svrstavaju predmete s obzirom na njihovu teksturu, boju, oblik, tip linija i veličinu. Kada opisuju teksturu djeca rabe riječi poput hrapavo, glatko, oštro, mekano. S djecom se može istraživati hrapavi zid, mekani jastuci ili tvrdi stol. Možemo reći djetetu da dotakne sve mekane predmete u sobi ili sve tvrde predmete. Predškolska djeca bi bez problema trebala razvrstavati predmete prema boji. Što se tiče oblika, dijete može slagati kuhinjske elemente prema obliku (okrugli tanjuri, ravni noževi). Linije opisuje kao zakrivljene ili ravne, duge ili kratke, tanke ili debele. Kao što Likierman i Muter (2007) navode, u vrtiću dijete ima mnogo prilika za istraživanje oblika rastavljanjem i sastavljanjem igračaka. Može sastaviti dvorac od drvenih kockica ili vatrogasnu postaju od lego kockica, a kasnije te iste kocke može rastavljati prema veličini.

5.5. Mjerenje i uspoređivanje

Mjerenje i uspoređivanje su životne vještine koje koristimo svaki dan. Mjerimo koliko nam treba minuta do određenog mjesta ili za koliko se možemo srediti za izaći van. Predškolska djeca isto tako donose odluke vezane za mjerenje. Oni mjere tko ima više igračaka i uspoređuju koja je igračka bolja ili tko je viši od koga.

„Djeca već prije polaska u školu počinju koristiti jezik mjerenja za uspoređivanje dužine, težine, površine obujma.“ (Likierman, Muter, 2007:237.).

6. USVAJANJE MATEMATIČKIH POJMOVA KOD DJECE

Prema Vlahović-Štetić (2009) stjecanje predmatematičkih i matematičkih znanja počinje vrlo rano te su istraživanja pokazala kako se već i kod beba starih šest mjeseci mogu uočiti ta znanja. Ispitujući habituaciju došli su do zaključka da su bebe sposobne uočiti razliku ili jednakost među skupovima koji imaju do 4 elementa. „Habituacija je vrijeme koje bebe provedu gledajući u neki podražaj- ukoliko im je podražaj poznat, gledaju ga kraće, a ako je nov, dulje zadržavaju pozornost na njemu“ (Vlahović-Štetić, 2009:6). Ako je broj objekata na slici veći od četiri, bebe nisu sposobne za razlikovanje, jednako dugo promatraju nizove od 6 objekata i novu sliku od 5 objekata. Tek s tri ili četiri godine života djeca mogu razlikovati skup od četiri elementa od skupa s pet ili šest elementa (Vlahović-Štetić, 2009:6. prema Starkey i Cooper 1980.).

Tijekom druge godine života, djeca nauče nazive brojeva, roditelji ili bake i djedovi ih spominju penjući se s mališanima uza stube, odbrojavaju korake u šetnji, recitiraju brojalice. No, u toj dobi djeca ne pridružuju tim imenima uobičajeno značenje koje im pridružuju odrasli (Vlahović-Štetić, 2009:6. prema Wynn, 1992.). Djeca su u stanju ponavljati ili samostalno govoriti: ‘jedan, dva, tri, jedan dva, tri’, a da im pritom nazivi brojeva ništa ne znale, odnosno predstavljaju samo dio rituala penjanja uza stube. Djeca tijekom treće godine života počinju stvarno učiti brojeve.

Iako odraslima zvuči sasvim jednostavno, brojenje je složena aktivnost koja uključuje čitav niz načela (Vlahović-Štetić, 2009:6 prema Gelman, Meck, 1986., Nunes, Bryant, 1996.):

- načelo pridruživanja jedan prema jedan- svakom predmetu može se pridružiti samo jedan broj;
- načelo ordinalnosti- brojevi su poredani od manjeg prema većem (položaj u nizu je stalan);
- načelo kardinalnosti- zadnji izgovoreni broj predstavlja ukupan broj predmeta u skupu;
- načelo prebrojivosti- bez obzira koliko je elemenata u skupu, oni se mogu prebrojiti;
- načelo nevažnog redoslijeda- promjena redoslijeda pridruživanja brojeva ne mijenja ništa- može se početi brojati s bilo koje strane;
- načelo konzervacije- bez obzira na prostorni raspored, broj predmeta je stalan;
- načelo tranzitivnosti- stalnost u usporedbi između tri ili više predmeta ($A > B$, $B > C$, $A > C$ ili Ako je Iva niža od Petra i Petar je niži od Ane, onda je i Iva niža od Ane);

- načelo reverzibilnosti- razumijevanje reverzibilnog odnosa zbrajanja i oduzimanja ($5+2-2=0$), dakle ako nekom skupu dodamo i odmah oduzmemo isti broj, stanje se ne mijenja.

Načela brojenja se ne usvajaju istodobno. Neka prethode drugima, pa tako četverogodišnjaci razumiju princip kardinalnosti, tj. da je broj elemenata u skupu jednak zadnjem broju izrečenom tijekom brojenja. Mlađa djeca mogu prebrojiti elemente u skupu, ali ne znaju odgovoriti na pitanje: „Koliko ovdje ima autića?“. Otprilike u dobi od četiri i pet godina djeca postaju sposobna odgovoriti i na pitanje ordinalnosti: „Što je više, pet ili šest jabuka?“.

Što su spomenuti brojevi pritom međusobno bliže na brojevnom pravcu, to im više treba vremena za odgovor (Vlahović-Štetić, 2009:6. prema Donaldson, Balfour, 1968.). Dakle, djeca će puno brže odgovoriti na problem: „Petar ima 3 olovke, a Igor ima 8 olovaka. Tko ima više?“ nego na pitanje ‘Petar ima 6 olovaka, a Igor ima 8 olovaka. Tko ima više?’.

Prije početka formalnog školovanja djeca usvoje mnoga matematička znanja: obično svladaju brojanje do deset, razlikuju glavne i redne brojeve te nauče pisane simbole za jednakoznamenaste brojeve. (Vlahović-Štetić, 2009:7. prema Sinclair, Sinclair, 1986.).

Predškolska djeca znaju i zbrajati i oduzimati u skupu do 10, a pritom za zbrajanje rabe različite strategije (Vlahović-Štetić, 2009:7 prema Fuson, 1990.):

- prebrojavanje elemenata (1,2,3,4..7);
- nastavljanje prebrojavanja na jedan d pribrojnika, pri čemu djeca brzo nauče da je lakše nastaviti od većeg pribrojnika ($4+3$ kao četiri, pet, šest, sedam);
- rastavljanje pribrojnika na jednake brojeve i pribrajanje ostatka ($3+3=6$ i još 1 je 7);
- dozivanje informacija iz dugoročnog pamćenja

Slične su i dječje strategije za oduzimanje (Vlahović-Štetić, 2009:7 prema Siegler, 1987.):

- podizanje u zrak prstića koji predstavljaju umanjenik, spuštanje onoliko prstića koliko iznosi umanjitelj i prebrojavanje ostatka;
- ista operacija bez konkretnih objekata, samo brojeći naglas
- uporaba prstića za prikazivanje umanjenika i umanjitelja, ali preostale prstiće ne prebrojavaju već samo izriču njihov broj
- dozivanje rezultata iz dugoročnog pamćenja.

6.1. Što je posao odgojitelja?

Autorica Vlahović-Štetić (2009) navodi istraživanje dječjih matematičkih postignuća koja pokazuju da su konstruktivisti bili u pravu govoreći da je posao odgojitelja:

- pomoći djetetu da nadograđuje na postojeće znanje (djeca imaju neformalna matematička znanja i na njima treba graditi nova);
- omogućiti djetetu slobodu za njegove vlastite konstrukcije (prečesto u matematici dopuštamo samo određeni način rješavanja problema a ne uvažavamo da djeca mogu imati svoje vlastite strategije koje mogu odlično funkcionirati);
- osigurati atmosferu u kojoj rasprava pomaže izgradnji djetetovih znanja (atmosfera u kojoj se raspravlja o putovima rješavanja problema može pridonijeti djetetovim matematičkim spoznajama);
- učenje se može odigravati i kroz kognitivni konflikt pred koji odgajatelji stavljaju dijete kako bi preispitalo svoja znanja (prečesto poučavamo tako da izravno serviramo rješenja umjesto da djeci ponudimo situacije u kojima sami moraju naći odgovore na nejasnoće i dvojbe);
- pripremiti manipulativne materijale ili ilustracije nužne za poučavanje s razumijevanjem (u poučavanju matematike rabimo manipulativne materijale, ali relativno brzo odustajemo od njih iako su djeca sve negdje do 6. razreda u razvojnoj fazi konkretnih operacija);
- osigurati socijalnu interakciju- dijete će biti potaknuto reakcijama druge djece (matematika se u školama vrlo često poučava kao samostalno rješavanje zadataka, a djeca bi mogla puno naučiti u međusobnoj interakciji i razmjeni strategija);
- omogućiti djeci bogatu okolinu, složene situacije koje će potaknuti rješavanje problema (računanje nije izazov, ali rješavanje složenih problema jest, a to je ujedno i priprema za onakvu matematiku s kojom će se susretati u stvarnom životu).

Odgojitelj ima veliki utjecaj na razvoj dječjeg mišljenja. To ovisi od njegovu stručnom, znanju, raznovrsnosti metodičkih postupaka, primjeni odgovarajućih sredstva, obliku rada i metoda. Ako odgojitelj želi pridonijeti razvijanju dječjeg mišljenja mora biti svakodnevno funkcionalno-fleksibilan. Njegov rad se sastoji od gipkosti, elastičnosti, snalažljivosti te treba uvijek primjenjivati različita didaktička sredstva i materijale.

Prema Peteh (2008) poticaj u razvijanju dječjeg mišljenja može biti:

- 1) akcijski (igra, neposredno promatranje, praktična aktivnost, rješavanje problema i eksperimenti);
- 2) verbalni (razgovor, pripovijedanje);
- 3) metodički (raznovrsni postupci, sredstva) i
- 4) ekspresivni (scenska djela, likovni izraz).

Autorica Peteh (2008) tako postavlja pitanje: Kako predškolsko dijete učiti razmišljati? te govori da naučiti dijete razmišljati znači:

- naučiti ga gledati, vidjeti, čuti, govoriti
- utjecati na razvoj njegovih psihičkih funkcija (posebno na razvoja spoznajnih organa: vida, sluha, opipa, mirisa, okusa);
- osposobiti ga za veću primjenjivost misaonih radnji kao što su analiza, sinteza, zaključivanje (indukcija, dedukcija), uspoređivanje (analogija), razvoj intuicije (oznaka za proces prosuđivanja, kojim se dolazi do spoznaje);
- omogućiti mu ulazak u rješavanje njemu dostupnih problema te
- stvarati uvjete za otkrivanje, traženje i njihovo rješavanje.

7. KAKO POMOĆI DJECI DA POSTIGNU MATEMATIČKO RAZUMIJEVANJE

Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) uspješno poučavanje početne matematike pretpostavlja mogućnost primjene temeljnih spoznaja o dječjem misaonom razvoju u poučavanju. Većina djece se pri ulasku u školu nalazi na razini konkretnog misaonog funkcioniranja i zbog tog im treba omogućiti da na konkretnom materijalu (kojim mogu slobodno baratati) provjeravaju svoje pretpostavke o odnosima među brojevima te da jasno uoče vlastite pogreške u zaključivanju i da do kraja razumiju točne odgovore. Tek nakon toga mogu povezivati i izražavati spoznaje matematičkim simbolima. Uporaba različitih konkretnih materijala je najdjelotvornija metoda u ranom poučavanju matematike. Dokaz tome su i brojna istraživanja koja su uspoređivala uspješnost matematičkih zadataka sa i bez upotrebe konkretnih materijala. Pod konkretne materijale spadaju kockice, štapići, pikule, autići, loptice i slični materijali. Jedno od takvih istraživanja je proveo Hughes kada je 1986. u kojem je pokazao kako mlađa djeca imaju dosta teškoća u razumijevanju jednostavnih zadataka zbrajanja i oduzimanja, ako su im brojevi pokazani izvan konkretne situacije koja bi ih učinila smislenim. Hughes je u istraživanju djeci predškolske dobi postavljao matematičke zadatke u različitim eksperimentalnim uvjetima. Jedan dio se sastojao od kutije i jedne kocke koja je bila u kutiji. Ispitivač bi dodavao kocke u kutiju i svaki puta bi pitao koliko je kocaka u kutiji. U drugo dijelu se od djece tražilo da zamisle takvu kutiju i u mislima stavljaju u nju kocke, a u trećem dijelu su zamišljala trgovinu u koju ulazi određen broj djece. Četvrti dio se sastojao od jednostavnih pitanja kao što su koliko je $1+1$ ili $1+2$ i slično. Rezultati su pokazali da djeca daju najbolje odgovore na pitanje kada je prisutna konkretna kutija, djelomično točni odgovori su bili kada su zamišljali kutiju ili trgovinu, a najslabiji rezultati su bili oni u četvrtom dijelu kada su morala dati odgovore na jednostavna pitanja. Ti rezultati su išli u prilog eksperimentima koje je Wood (1995) provodio. Wood (prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998) je proučavao kako djeca misle i uče matematiku te je tako i prikazao model rješavanja matematičkih zadataka s gradacijom primjene didaktičkog materijala. Model se sastoji od četiri dijela:

- 1) prikazivanje zadataka s konkretnim didaktičkim materijalima;
- 2) uporaba govora kako bi se opisao način rješavanja;
- 3) prikazivanje rješenja sa slikom i
- 4) simboličko prikazivanje zadataka.

To zapravo ukazuje na potrebu da se djeci objasni omogući konkretno iskustvo putem promatranja, manipuliranja, opisivanjem opaženog te prikazivanjem slikom ili shemom i ogovarajućim simbolima.

Za stvaranje matematičkih pojmova u predškolskoj dobi su važni konkretni materijali. Pomoću njih, djeca oblikuju unutarnje misaone sheme. Najprikladniji materijali su plastične kockice jer se mogu spajati kao lego kockice u štapiće ili trodimenzionalne oblike. Autori Vlahović Štetić i Vizek-Vidović (1998) navode da je to najprikladnija vrsta materijala iz sljedećih razloga:

- pomoću njih može se prikazati širok raspon pojmova i operacija;
- mogu se rabiti u predškolskoj dobi, ali i kasnije u osnovnoj školi, tako da su djeci dobro poznati materijali i s njima sigurno barataju te
- važno je i to što temeljne kockice ipak nisu konkretni predmeti te omogućavaju prijenos općih pravila u specifične situacije.

8. IGRA U FUNKCIJI USVAJANJA OSNOVNIH MATEMATIČKIH POJMOVA

Dobro je poznato kako je igra složeni fenomen koji se određuje vrlo različito. Autorica Peteh (2008) smatra da su dječje igre svjesna stvaralačka aktivnost tijekom koje se ostvaruje komunikacija između djeteta i stvarnosti koja ga okružuje.

Ako se zapitamo koji je zapravo prvi korak u primjeni igre pri usvajanju osnovnih matematičkih pojmova, to su svakako radni listovi, a zatim je to primjena igre. Kroz igru možemo govoriti o oblicima, veličinama i količinama, a pa zatim nizati predmete po visini, dužini ili širini. Osmjeh i veselje u igri čini dijete zadovoljnijim i budi želju za još većim znanjem zbog poticanja na shvaćanje i razvoj brojnim matematičkih pojmova. Igre se mogu podijeliti prema dobi djece, prema načinima usvajanja određenih pojmova ili čak prema zadatku koji se želi postići, npr. usvajanje osnovnih matematičkih pojmova.

Igre možemo razvrstati prema načinu usvajanja na (Peteh, 2008: 29 i 30):

- igre s didaktičkim sredstvima;
- igre uz pokret, glazbu i pjevanje;
- društvene igre;
- igre uloga;
- igre memoriranje i
- ostale igre.

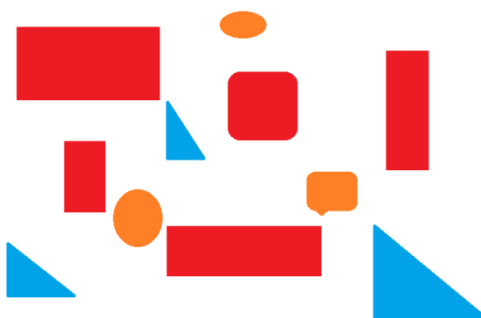
9. IGRE I VJEŽBE KOJE POMAŽU RAZVOJU PREDMATEMARIČKIH VJEŠTINA KOD DJECE

Postoje različite igre koje pomažu razvoju predmatematičkih vještina, čak za neke igre se ne bi nikad ni pomislilo da u sebi imaju sadržaje koje pomažu matematičkom razvoju. Izdvojiti ću neke od igara i vježbi koje se mogu koristiti u radu s djecom kod usvajanja matematičkih pojmova.

9.1. Zaokruži sve pravokutnike!

Sredstva za igru su papir s različitim geometrijskim oblicima, olovka i kocka. Svako dijete ispred sebe i radni list s nacrtanim geometrijskim oblicima te je zadatak da zaokruži sve pravokutnike.

Slika 1 Zaokruži sve pravokutnike



Izvor: Slika autora

9.2. Različite društvene igre

Djeca obožavaju igrati društvene igre još od malih nogu. Najzanimljiviji je naravno Crni Petar i Čovječe, ne ljuti se! Sama sam imala iskustvo kada sam radila kao asistentica u DV s dječakom s teškoćama u razvoju. Imao je tada 7 godina i nije znao brojiti i prvo što smo igrali je bio Čovječe, ne ljuti se! te je tako naučio brojati (maksimalno do 12). Prvo se služio s prstima, a kasnije je znao napamet da ako dobije šest na kockici i onda pet da je to jedanaest. U vrtiću je najbolje igrati Čovječe, ne ljuti se! uživo tako da se na pločice (ili u dvorištu na

travi) zalijepe krugovi u boji kao polja, a djeca sama budu pijuni. Domino i igre memoriranja su također pogodne za razvoj matematičkih vještina.

Slika 2 Čovječe, ne ljuti se!



Izvor: <http://www.vrtic-cvrcak.zagreb.hr/default.aspx?id=176>

9.3. Igra školice

Ova igra je poznata skoro svakom djetetu diljem svijeta. Igra se u grupi te se na podu nacrtaju polja od jedan do sedam i svako polje se označi brojkom. Polja se mogu nacrtati kredama u različitim bojama kako bi djeci bilo zanimljivije i privlačnije. U polja se skače jednom ili objema nogama, a uz to djeca mogu naglas brojati te tako i razvijaju i spretnost, pažnju te pamćenje brojaka.

Slika 3 Igra Školice



Izvor: <http://www.vrtic-cvrcak.zagreb.hr/default.aspx?id=176>

9.4. Igra dodirivanja

Ova igra se može igrati u sobi ili vrtiću dvorišta, kod kuće, na ulici... Jedno dijete ili odrasli može biti voditelj i zadaje drugima što treba dodirnuti: dotakni sve što ima okrugli oblik, dotakni nešto glatko, dotakni nešto hrapavo... Ako dijete ne zna nešto, može zatražiti pomoć od drugog djeteta kojeg odabere.

9.5. Igra tržnice/trgovine

Jedna od omiljenih igara je svakako igra tržnice ili trgovine. Uvijek jedno dijete bude zaposlenik i blagajnik, a ostali kupci. Djeca tu najviše koriste brojke: imenuju koliko nešto košta (jedna jabuka 5 kuna, kila šećera 8 kuna), a koriste i zbrajanje (jedna jabuka plus kila šećera, ukupan račun iznosi 13 kuna), a kupac zatim treba prebrojiti iznos i dati blagajniku, a blagajnik zatim vratiti i ostatak ako je potrebno.

Slika 4 Igra Tržnice



Izvor: <http://www.djecji-vrtic-ploce.hr/projekti/matematika.html>

9.6. Igra što je teže?

Za ovu igru je prvo potrebno da odgojitelj napravi ili pripremi vagu koju će djeca moći koristiti. S obje strane se nalazi posuda u koju djeca mogu stavljati predmete koje žele i vagati ih te reći što je zapravo teže, ono što je u lijevoj posudi ili desnoj. Nakon prve takve igre, poželjno je vagu ostaviti na dostupnom mjestu za dijete kako bi u u bilo koje vrijeme moglo izvagati nešto što želi.

Slika 5 Igra Što je teže?

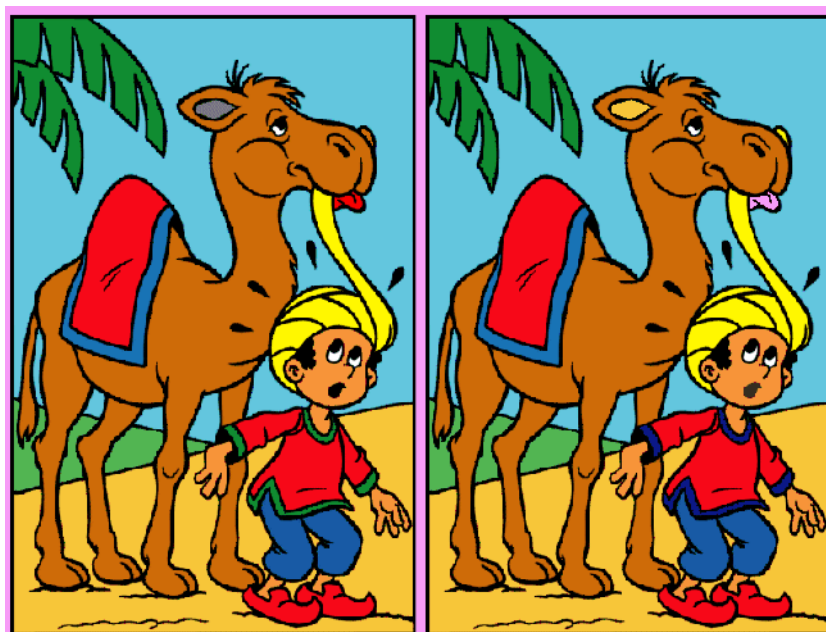


Izvor: <http://www.cvrakvt.hr/centar-za-vaganje/647/>

9.7. Pronađi razliku!

U ovoj igri je cilj pronaći sitne razlike među identičnim slikama. Obično se stavi određeni broj razlika, za početak je potrebno krenuti s manjim brojem razlika, a zatim povećavati. Npr. prvo dati djetetu da pronađe 5 razlika, zatim, 6 pa 10 i tako povećavati, ovisno o stupnju razvijenosti matematičkog znanja.

Slika 6 Igra Pronađi razliku



Izvor: <http://bh-vjesnik.blogspot.hr/2014/04/pronadji-razliku.html>

ZAKLJUČAK

Rana iskustva s matematikom učvršćuju temelje za razvijanje matematičkih vještina. Važnost matematičkih kompetencija ističe i Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj (2014) koji tu kompetenciju ubraja u osam kompetencija za cjeloživotno obrazovanje. Odgajatelji imaju važnu ulogu u razvijanju matematičkih pojmova kod djece te trebaju osigurati kvalitetno i poticajno organizacijsko okruženje u kojima dijete može razvijati matematičke kompetencije. „Predškolsko dijete ne „uči matematiku“ sjedeći za stolom i rješavajući zadatke olovkom na papiru.“ (Čudina-Obradović, 2002:7.). Danas odgojitelji pridaju više pozornosti na razvoj matematičkih kompetencija nego što su prije deset godina. Prema Slunjski (2012), u procesu dječjeg učenja veliko mjesto zauzima socijalno okruženje. „Mnoge akcije djeteta se mogu razumjeti kao njegov odgovor na socijalno okruženje.“ (Slunjski, 2000:49.). Postoji pet predmatematičkih vještina koje djeca predškolske dobi mogu svladati, a to su: brojanje, pojam broja, pravilnosti, oblik i prostor te mjerenje i uspoređivanje. Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) opći psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike su senzorni i perceptivni, kognitivni te socio-emocionalni činitelji. Poznavanje tih činitelja, odgojiteljima pomažu da razumiju i pomognu djeci da budu što uspješniji u učenju matematike. Dobar odgojitelj teži unaprjeđivanju svoje prakse te smatram da bi svaki odgojitelj trebao proučavati više priručnike s kojima bi poticali matematičku pismenost te bi tako sa svojim postupcima u radu s djecom usavršavao i proširivao svoja znanja. Osim odgojitelja, važnu ulogu u usvajanju matematičkih pojmova ima i igra. Tako Peteh (2008) razvrstava igre prema načinu usvajanja na igre s didaktičnim sredstvima, igre uz pokret, glazbu i pjevanje, društvene igre, igre uloga, igre memoriranja i ostale igre. Kroz igru dijete može (spontano) brojiti, mjeriti, oblikovati, zbrajati, oduzimati, izdvajati. Igre treba redovito primjenjivati kako bi ih potaknuli o razmišljanju i usavršavanju matematičkih pojmova.

LITERATURA

1. Čudina-Obradović, M. (2002). Matematika prije škole, Zagreb: Školska knjiga.
2. Likierman H., Valerie M. (2007). Pripremite dijete za školu, Buševac: Ostvarenje d.o.o.
3. Marenić Z. (2009). Razvoj matematičkih pojmova. *Dijete i vrtić*, 16 (60/2009), 3-5.
4. Marenić Z. (2009). Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću, *Metodika matematike*, 10 (1/2009), 129-141.
5. Matematika u vrtiću, zbirka aktivnosti za poticanje ranih matematičkih vještina kod djece predškolske dobi (2014). Dugo selo: Dječji vrtić Dugo selo.
6. Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.
7. Peteh, M. (2008). Matematika i igra za predškolce, Zagreb: Alinea.
8. Slunjski, E. (2000). Integrirani predškolski kurikulum, Zagreb: Školska knjiga.
9. Slunjski, E. (2012). Tragovima dječjih stopa, Zagreb: Profil International.
10. Vlahović-Štetić, V. (2009). Kako djeca usvajaju matematičke pojmove, *Dijete i vrtić*, (24/2009), 6-7.
11. Vlahović-Štetić, V, Vizek Vidović, V. (1998). Kladim se da možeš... psihološki aspekti početnog poučavanja matematike (priručnik za učitelje), Zagreb, Udruga roditelja Korak po korak.